

TD N°5

LOGIQUE DES PREDICATS ASPECT SEMANTIQUE : INTERPRETATION

REMARQUE:

Par manque de temps, SEULS des cas de l'Exercice 1 et l'Exercice 3 vont être résolus en TD

Exercice1: PRIORITE 1

Soit le langage prédictatif suivant: $\{a,b,c,d,e,x,y\}$, Ville(unaire), Personne(unaire), Habite(binaire) (où a,b,c,d,e sont des constantes, x,y des variables, Ville, Personne, Habite des prédicats). Et I l'interprétation définie par: $D = \{ 'Amina', 'Ali', 'Batna', 'Guelma', 'Alger' \}$ et $I(a)='Ali'$, $I(b)='Amina'$, $I(c)='Batna'$, $I(d)='Alger'$, $I(e)='Guelma'$, $I(Ville) = \{ 'Batna', 'Guelma', 'Alger' \}$, $I(Personne) = \{ 'Amina', 'Ali' \}$, $I(Habite) = \{ \langle Amina, Guelma \rangle, \langle Ali, Batna \rangle \}$.

Interpréter les termes et les formules suivants:

$b, y[y \leftarrow Alger]$, $Ville(d)$, $Habite(a,d)$, $\exists x Habite(x,d)$, $\exists y Habite(x,y)_{x \leftarrow Amina}$, $\forall x \exists y Habite(x,y)$, $\exists y \forall x Habite(x,y)$, $\exists x \exists y Habite(x,y)$, $(\forall x Personne(x) \rightarrow \forall x \exists y habite(x,y))$, $(\forall x Personne(x) \rightarrow \exists y habite(x,y)_{x \leftarrow Amina})$, $\forall x (ville(x) \vee personne(x))$.

Exercice2:

On considère un langage Prédicatif suivant:

a, b des symboles des constantes, f un symbole de fonction unaire et P un symbole de prédicat binaire.

Soit I une interprétation de ce langage définie par son domaine $D = \{1,2\}$ et par :

$I[a]=1$, $I[b]=2$, $I[f(1)]=2$, $I[f(2)]=1$, $I[P(u,v)]=V$ ou vrai si et seulement si $u=1$.

Etablir la valeur de vérité des formules suivantes:

- | | | |
|--|--|---------------------------------|
| a) $P(a,f(a))$ | b) $P(b,f(b))$ | c) $\forall x \forall y P(x,y)$ |
| d) $\forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow P(f(x),f(y)))$ | e) $\exists x \forall y (P(x,y) \rightarrow P(f(x),f(y)))$ | |

Exercice3: PRIORITE 2

Soit P un prédicat d'arité 2, on considère la formule F :

$$F = \forall x \exists y P(x,y)$$

1/ Déterminer la validité de F dans les structures $a/$ et $b/$ suivantes (N : ensemble des entiers naturels):

$a/ S1 = (D1, I1) : D1=N$ et $I1(p(x,y)) = V$ ssi $x < y$

$b/ S2 = (D2, I2) : D2=N - \{0\}$ et $I2(P(x,y))=V$ ssi $x=y$ et x divise y .

2/ F est elle valide ?

Exercice4:

$a/$ Soit la formule $F1 = \forall x \exists y P(x,y) \rightarrow \exists y P(y,y)$

Donner l'interprétation de $F1$ dans les structures suivantes:

$S1 = \{ D = \{hommes\}, P(x,y) : x \text{ est le père de } y \}$

$S2 = \{ D = \{hommes\}, P(x,y) : y \text{ est le père de } x \}$

$F1$ est elle valide?

$b/$ Soit la formule $F2 = \forall x \forall y [(P(x,y) \wedge P(y,x)) \leftrightarrow E(x,y)]$

Déterminer la consistance de F2 dans la structure $S = \{ D = \mathbb{N} \text{ (entiers)}, P(x,y) \text{ est vrai si } x \leq y, E(x,y) \text{ est vrai si } x=y \}$. S est elle un modèle pour F2 ? Expliquer?