

الدليل المساعد في الحصول على الدرجة الكاملة في الرياضيات

الجزء الأول جبر

٢٠١٧ / ٢٠١٨ م

ملاحظات : المرجع الأساسي هو الكتاب

دراسة الدليل وحده لا تكفي حيث ستتم دراستك كالتالي
تدرس الوحدة من الدليل ثم تذهب إلى وحدة الكتاب
(تدرس كل تمرين فيها من تدرب وتحقق من فهمك
ومثال محلولة وتمارين الوحدة)

المدرس : عبدالعزيز الشمالان

مقدمة الدليل

بسم الله الرحمن الرحيم

اعزائي الطلاب .. زملائي المدرسين

على الرغم من ضيق وقتي وانشغالي الكامل

إلا أنني خصصت لكم ساعات في الليل لإنجاز هذا العمل المتواضع الذي أسأل
المولى عز وجل أن يجعله طريقاً منيراً لكم .

إنّ هذا العمل غير خالٍ من الأخطاء لذلك أهدي متصيدي أخطائي مافي هذا
العمل من أخطاء

وإنّ الكمال لله عز وجل وحده .

فمن كان منكم لديه أي استفسار أو ملاحظة أرجوا منه التواصل معي على صفحتي
الفيس بوك

((الرياضيات مع المدرس : عبدالعزيز الشملان))

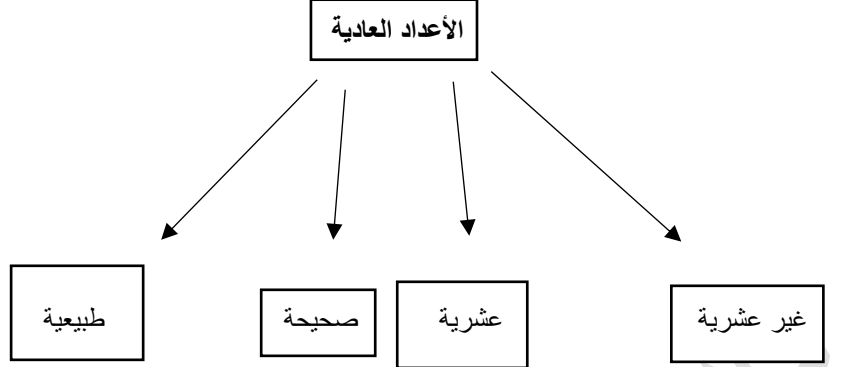
تم في هذا الدليل :

شرح جميع أفكار الكتاب مع كتابة الملاحظات في طريقة حل التمارين
مع كتابة بعض التمارين وتمارين الدورات السابقة بعد تعديلها

((لا تنسوننا ووالدينا من الدعاء بظهر الغيب))

الوحدة الأولى جبر (الأعداد والكسور) :

أولاً : العدد العادي : كل عدد يكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث a عدد صحيح و b طبيعي لا يساوي الصفر
ملاحظة : لماذا لا يساوي الصفر لأنه لا يمكن القسمة على صفر .



الأعداد الطبيعية : هي الأعداد الموجبة والصفر.

0, 1, 2, 3,

الأعداد الصحيحة : هي الأعداد الموجبة والسالبة والصفر.

..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,

الأعداد العشرية : هي أعداد عادية (منتهية) .

(بشكل آخر هي كل عدد يمكن كتابته بالشكل $a \times 10^n$ حيث a, n صحيحان)

١- ممكن أن تكون صحيحة : $4, -4, \frac{16}{4}, \frac{-20}{5}$

٢- ممكن أن تكون غير صحيحة : (عندما يكون قسمة البسط على المقام قسمة منتهية) .

$\frac{2}{10}, 10^{-4}, \frac{-2}{8}, 0.8, 3.66$

الأعداد غير العشرية : هي أعداد عادية غير منتهية ودورية .

(أي عندما تكون قسمة البسط على المقام غير منتهية ولكنها دورية) .

$5.121212 \dots, \frac{8}{3}, 2.\bar{6}$

الخلاصة : الأعداد الطبيعية والصحيحة والعشرية وغير العشرية هي أعداد عادية .

جميع الأعداد الطبيعية هي صحيحة والعكس غير صحيح .

جميع الأعداد الطبيعية والصحيحة هي أعداد عشرية والعكس غير صحيح .

ثانياً : الأعداد غير العادية : (هي أعداد غير منتهية وغير دورية) .

$4.568734 \dots, \pi, \sqrt{2}, \sqrt{5}$

العدد الأولي : هو كل عدد صحيح موجب (طبيعي) له فقط قاسمان هما العدد نفسه والعدد واحد .

سؤال : لتكن لدينا الاعداد الآتية (0 , 1 , 2 , 3 , 4) . والمطلوب :

١- أي منها أولي ؟ ولماذا ؟

الجواب : 2 السبب يقبل على نفسه وعلى الواحد . (3 السبب يقبل على نفسه وعلى الواحد

٢- أي منها غير أولي ؟ ولماذا ؟

0 لا يوجد أي عدد ممكن قسمته على صفر ، 1 لأنه ليس له سوى قاسم واحد وهو الواحد .

4 لأن له أكثر من قاسم (1 , 2 , 4) .

سؤال : ماهو أصغر عدد أولي ؟ الجواب : العدد 2 .

سؤال : اذكر أول 10 أعداد أولية ؟ الجواب

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29

سؤال : مالمقصود بالكسر العشري ؟ هو كل كسر مقامه مكتوب بالشكل 10^n مثلاً $\frac{6}{1000} = \frac{6}{10^3}$

سؤال : مالمقصود بالشكل العشري للكسر العشري ؟

هو هيئة الفاصلة العشرية (أي نقوم بقسمة بسطه على مقامه وينتج عدد منتهي ذو فاصلة) .

مثال : $3.66 = \frac{366}{100} = 0.8, \frac{8}{10} = -0.25, \frac{-2}{8}$.

سؤال : متى يقبل العدد القسمة على الاعداد (2 , 3 , 5) ؟

الجواب : يقبل القسمة على 2 إذا كان أحاده عدد زوجي أي (0 , 2 , 4 , 6 , 8) .

يقبل القسمة على 3 إذا كان مجموع ارقامه من مضاعفات العدد 3 .

يقبل القسمة على 5 إذا كان أحاده 0 أو 5

سؤال : ماهي خطوات إيجاد المضاعف المشترك الأصغر :

١- نحلل العدد إلى عوامله الأولية .

٢- نكتب عوامله على شكل جداء قوى . ٣- نأخذ العناصر المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس .

(من أجل أن لا تنسى العوامل عكس اسمه هو مضاعف أصغر والعناصر المؤخوذة بأكبر أس) .

سؤال : هل العدد 4 قاسم للعدد 8 ؟ ولماذا ؟ الجواب : نعم قاسم لأنه $2 = \frac{8}{4}$ والعدد 2 عدد صحيح .

سؤال : هل العدد 3 قاسم للعدد 4 ؟ ولماذا ؟ الجواب : لا لأنه $1.3333... = \frac{4}{3}$ والناتج ليس عدد صحيح .

إذا نستنتج : نقول أن k قاسم لـ a أي (k يقسم a) إذا كان عدد صحيح $\frac{a}{k}$

وكذلك القول أن k قاسم للعددين b, a أي (k يقسم a, b) .

(يمعنى آخر الباقي يكون صفر) .

سؤال : كيف يمكننا إيجاد قواسم عدد ؟

- ١- نقوم بتحليل العدد إلى عوامله الأولية .
- ٢- تكون القواسم هي الأعداد التي قبلت القسمة وجداءها .

نوضح ذلك بمثال : أوجد قواسم العدد 42 ؟

الحل : نحلل إلى عوامله الأولية

42	2
21	3
7	7
1	1
1	

الأعداد التي قبلت القسمة هي (1 , 2 , 3 , 7) . نوجد جداء الأعداد مع بعضها .

$$7 \times 2 = 14, 7 \times 3 = 21, 3 \times 2 = 6, 7 \times 3 \times 2 = 42$$

فتكون قواسم الـ 16 هي : $D_{16} = \{1, 2, 6, 7, 14, 21, 42\}$

سؤال : ماذا نرمز للقاسم المشترك الأكبر للعددين a, b بحيث $b > a$ ؟ وماهي خواصه ؟ وماهي طرق إيجاداه ؟ .

الجواب : $G(a, b) = G(b, a - b)$.

خواصه : ١- $G(a, a) = 1$ ، ٢- إذا كان b قاسم لـ a يكون $G(a, b) = b$.

٣- إذا كان a, b أوليان فيما بينهما إذاً $G(a, b) = 1$.

طرق إيجاداه : هناك طرق كثيرة نذكر منها .

طريقة الطرح المتتالي ، طريقة اقليدس

سؤال : ماهي خطوات الطرح المتتالي ؟

١- دائماً نطرح العدد الصغير من العدد الكبير مهما يكن مكانه (يمين أو يسار الفاصلة) .

مستخدمين القاعدة $G(a, b) = G(b, a - b)$.

٢- يكون القاسم المشترك الأكبر هو آخر نتائج طرح غير معدوم .

سؤال : ماهي خطوات طريقة اقليدس ؟

١- نقوم بقسمة العدد الكبير على العدد الصغير فينتج باقي أول .

٢- ثم نقوم بقسمة العدد الصغير على الباقي الأول فينتج باقي ثاني .

٣- ثم نقوم بقسمة الباقي الأول على الباقي الثاني فينتج باقي ثالث .

نتابع العملية حتى نصل إلى أن يكون الباقي صفر .

ومنه يكون يكون القاسم المشترك الأكبر هو آخر باقي قسمة غير معدوم .

سؤال : كيف يمكننا أن نوجد كسر مختزل ؟

نوجد القاسم المشترك للعدد الذي في البسط والعدد الذي في المقام .

ثم نقسم هذين العددين على القاسم الذي أوجدناه فينتج لدينا كسر مختزل .

سؤال : متى نقول عن الكسر $\frac{a}{b}$ أنه مختزل ؟

إذا كان العددين a, b أوليان فيما بينهما أي

إذا كان القاسم المشترك للعددين a, b هو الواحد . أي $(G(a, b) = 1)$.

سؤال : هل يوجد فرق بين الاختزال والاختصار ؟

نعم يوجد الاختزال هو أن نصل إلى كسر يكون فيه البسط والمقام أوليان فيما بينهما .

بينما الاختصار ليس بالضرورة .

(بمعنى آخر كل كسر مختزل هو مختصر والعكس غير صحيح) .

سؤال : مالمقصود بمربع عدد ؟ ولماذا مربع العدد العادي هو عدد موجب ؟

الجواب : مربع عدد هو جداء العدد بنفسه

مربع العدد العادي هو عدد موجب لأنه بما أن مربع عدد هو جداء العدد بنفسه ، ونحن نعلم أن جداء عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب .

سؤال : ماهو الجذر التربيعي لعدد موجب a ؟

الجواب : العدد الذي مربعه يساوي a يرمز له بـ \sqrt{a}

سؤال : اذكر خواص الجذور ؟

- ١- أيًا كان العدد الموجب a فإنه $(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a^2} = a$.
- ٢- في الضرب إن كانت مختلفة يكون $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ، إن كانت متشابهة يكون $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
- ٣- في الجمع والطرح $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}) \neq \sqrt{a \pm b}$.
- ٤- في القسمة $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

سؤال : هل يمكن جمع وطرح الجذور دائماً ؟

الجواب : إذا كانت متشابهة يمكن جمعها وطرحها ، إذا كانت مختلفة لا يمكن .

سؤال : اذكر حالات إزالة الجذور من مقام الكسر ؟

الحالة الأولى : من النوع $\frac{a}{\sqrt{b}}$ لإزالته نقوم بضرب البسط والمقام بالجذر الموجود في المقام .

الحالة الثانية : من النوع $\sqrt{\frac{a}{b}}$ نطبق الخاصية أولاً $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ فينتج جذر في المقام إما يتم إيجاد جذره مباشرة

مثال كجذر $\sqrt{4} = 2$ أو بتطبيق القاعدة في الحالة الأولى .

سؤال : كيف يمكن كتابة \sqrt{c} بالشكل $a\sqrt{b}$ ؟

نبحث عن عددين جداءهم C بحيث أحدهما يقبل الجذر . مثال $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$.

وإذا كان العدد كبير نحلله إلى عوامله الأولية ثم نضرب الأعداد المتشابهة مع بعض

$$2 \times 2 \times 2 = 8, 5 \times 5 = 25$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{8 \times 25} = 5\sqrt{8}$$

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

سؤال : كيف يمكن كتابة $a\sqrt{b}$ بالشكل \sqrt{c} ؟

نكتب a بالشكل $\sqrt{a^2}$ ثم نستخدم الخاصية $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.

$$7\sqrt{3} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{147}$$

سؤال : في حال جاءت عدة جذور مثلاً $A = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ وطلب اكتبها بأبسط صورة .

نقوم بإيجاد الجذور لكل حد لوحده كما ذكرنا سابقاً ثم نقوم بجمع الحدود وطرحها والاختصار إن وُجد .

نبدأ بالتمارين

ملاحظة : الأجوبة باختصار المطلوب من الطلاب التفصيل في الحل .

(١) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $a = 357$ و $b = 204$.

بطريقة الطرح المتتالي ، ثم بطريقة إقليدس

الجواب : $GCD(357,204) = 51$

(٢) هل العددين $a = 2463$ و $b = 1036$ أوليان فيما بينهما

الجواب : نوجد القاسم المشترك الأكبر

نستخدم مثلاً خوارزمية إقليدس فنجد :

$$GCD(2463,1036) = 1$$

وبما أن القاسم المشترك الأكبر للعددين يساوي الواحد فإن العددين أوليان فيما بينهما.

(٣) إذا كان $A = \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$ ، $B = \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$ أي منهما عدد عشري ولماذا ؟

$$A = \frac{17}{12} = 1.4166666 \dots$$

$$B = \frac{1}{4} = 0.25 = 25 \times 10^{-2}$$

وبالتالي العدد B هو عدد عشري أي لأنه يكتب بالشكل $a \times 10^n$

(٤) أي من الكسرين مختزل وأي منهما يقبل الاختصار .

$$\frac{10}{7} ، \frac{33}{72}$$

الحل :

$\frac{10}{7}$ مختزل لأن البسط والمقام أوليان فيما بينهما.

$$GCD(72,33) = 3 \text{ أي } \frac{33}{72} \text{ يقبل الاختصار على النحو الآتي}$$

ومنه

$$\frac{33}{72} = \frac{33 \div 3}{72 \div 3} = \frac{11}{24}$$

(٥) أوجد ناتج

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} ، A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$$

$$A = \frac{29}{15} ، B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} = -21$$

٦) اكتب كل من الأعداد الآتية بالصيغة \sqrt{c} حيث c عدد صحيح موجب .

$$\frac{\sqrt{108}-\sqrt{27}}{3}, \frac{\sqrt{48}}{4}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$$

الحل :

$$1) 7\sqrt{5} = \sqrt{49} \times \sqrt{5} = \sqrt{49 \times 5} = \sqrt{245}$$

$$2) 2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$3) \frac{\sqrt{48}}{4} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{16}} = \sqrt{\frac{48}{16}} = \sqrt{3}$$

$$4) \frac{\sqrt{108}-\sqrt{27}}{3} = \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

٧) أزل الجذر من مقام كل كسر .

$$\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}}, \sqrt{\frac{8}{32}}, \sqrt{\frac{1}{4}}$$

الحل :

$$2) \sqrt{\frac{8}{32}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}, \quad 1) \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$4) \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}, \quad 3) \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{2}$$

٨) اكتب المقدارين التاليين بأبسط شكل ممكن

$$A = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

$$B = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$$

الحل :

$$A = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

$$4\sqrt{7} - 2\sqrt{2} \text{ هو الجواب}$$

$$B = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$$

$$120\sqrt{2} \text{ هو الجواب}$$

.....

(١) الشكل العشري للكسر $\frac{12}{15}$

A	0.8	B	12.15	C	4.5
---	-----	---	-------	---	-----

(٢) العدد الآتي ليس كسراً عشرياً .

A	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{11}{5}$	C	$\frac{13}{4}$
---	---------------	---	----------------	---	----------------

(٣) العدد π هو عدد .

A	غير عادي	B	عادي	C	صحيح
---	----------	---	------	---	------

(٤) مساحة قرص دائري نصف قطره $3cm$ تساوي $9\pi cm^2$ إن هذه المساحة هي :

A	عدد غير عادي	B	عدد عادي	C	عدد عشري
---	--------------	---	----------	---	----------

(٥) أحد الأعداد الآتية هي عدد عشري :

A	1.09523..	B	$3.\bar{7}$	C	-1.25
---	-----------	---	-------------	---	-------

(٦) إحدى النواتج التالية عدد صحيح :

A	$\frac{7}{5} + \frac{4}{5}$	B	$\frac{7}{5} - \frac{4}{5}$	C	$\frac{5}{2} - \frac{15}{2}$
---	-----------------------------	---	-----------------------------	---	------------------------------

(٧) العدد $(\frac{\sqrt{2}}{2})^2$ هو :

A	غير عادي	B	عادي غير صحيح	C	صحيح
---	----------	---	---------------	---	------

(٨) إحدى الأعداد التالية قاسم للعدد 18 .

A	12	B	4	C	6
---	----	---	---	---	---

(٩) العددان a و b أوليان فيما بينهما يعني أن $GCD(a, b) = \dots\dots\dots$:

A	1	B	2	C	3
---	---	---	---	---	---

(١٠) إن $GCD(a, a) = \dots\dots\dots$:

A	a	B	b	C	$a - b$
---	-----	---	-----	---	---------

(١١) إذا كان b قاسم للعدد a كان $GCD(a, b) = \dots\dots\dots$:

A	a	B	b	C	$a - b$
---	-----	---	-----	---	---------

(١٢) القاسم المشترك الأكبر للعددين 154 و 693 هو .

A	120	B	154	C	77
---	-----	---	-----	---	----

(١٣) إحدى الكسور التالية مختزل :

A	$\frac{7}{28}$	B	$\frac{21}{45}$	C	$\frac{8}{15}$
---	----------------	---	-----------------	---	----------------

(١٤) إذا علمت أن $GCD(312, 546) = 78$ فإن الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{312}{546}$ هو :

A	$\frac{15}{20}$	B	$\frac{7}{4}$	C	$\frac{4}{7}$
---	-----------------	---	---------------	---	---------------

(١٥) العدد $\frac{2}{6} \times \frac{18}{8}$ هو :

A	صحيح	B	عادي	C	غير عادي
---	------	---	------	---	----------

(١٦) العدد $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{3\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$ هو :

A	صحيح	B	عادي غير صحيح	C	غير عادي
---	------	---	---------------	---	----------

(١٧) أصغر عدد أولي:

A	0	B	1	C	2
---	---	---	---	---	---

(١٨) كل عدد طبيعي أكبر من (١) وله عاملان مختلفان هما العدد (١) والعدد نفسه هو:

A	عدد أولي	B	عدد غير عادي	C	عدد غير أولي
---	----------	---	--------------	---	--------------

(١٩) أحد الأعداد التالية أولي:

A	200	B	165	C	113
---	-----	---	-----	---	-----

(٢٠) عدنان عاديان a . b حيث $a = -\frac{1}{3}$ و $b = \frac{4}{5}$ فإن $a + b$ يساوي:

A	$-\frac{15}{7}$	B	$-\frac{7}{15}$	C	$\frac{7}{15}$
---	-----------------	---	-----------------	---	----------------

(٢١) كل عدد يكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و b عدد طبيعي حيث $b \neq 0$ هو :

A	عدد أولي	B	عدد غير عادي	C	عدد عادي
---	----------	---	--------------	---	----------

(٢٢) القاسم المشترك الأكبر للعددين 19. 13 هو:

A	19	B	1	C	13
---	----	---	---	---	----

(٢٣) إذا كان $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. $b = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$ فإن $a - b = \dots\dots\dots$.

A	$2\sqrt{2}$	B	$2\sqrt{3}$	C	$2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
---	-------------	---	-------------	---	-------------------------

(٢٤) إذا كان العدد a موجباً فإن: $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$

A	a^2	B	$-a$	C	a
---	-------	---	------	---	-----

(٢٥) إذا كان العدد a موجباً فإن: $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$

A	a^2	B	$-a$	C	a
---	-------	---	------	---	-----

(٢٦) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ تساوي:

A	$3\sqrt{2}$	B	$3\sqrt{3}$	C	$2\sqrt{3}$
---	-------------	---	-------------	---	-------------

(٢٧) $\sqrt{3} + \frac{1}{5}\sqrt{3} = \dots\dots\dots$

A	$3\sqrt{3}$	B	$\frac{6}{5}\sqrt{3}$	C	$\frac{2}{5}\sqrt{3}$
---	-------------	---	-----------------------	---	-----------------------

(٢٨) إذا كان $a > 0$ فإن $\sqrt{a}\sqrt{a} = \dots\dots\dots$

A	$ a $	B	$2\sqrt{a}$	C	a
---	-------	---	-------------	---	-----

(٢٩) العدد $\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 3) = \dots\dots\dots$

A	$3\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{3} - 3\sqrt{6}$	C	$6 - 3\sqrt{3}$
---	-------------------------	---	-------------------------	---	-----------------

(٣٠) لإزالة الجذر من مقام الكسر $\frac{a}{\sqrt{b}}$ نضرب بسط الكسر ومقامه بـ

A	b	B	\sqrt{b}	C	\sqrt{a}
---	-----	---	------------	---	------------

(٣١) قيمة المقدار $\sqrt{48} - \sqrt{3} = \dots\dots\dots$

A	4	B	$3\sqrt{3}$	C	$5\sqrt{3}$
---	---	---	-------------	---	-------------

(٣٢) $(\sqrt{2})^{-3} \times (\sqrt{2})^5 = \dots\dots\dots$

A	2	B	$(\sqrt{2})^{-8}$	C	$(\sqrt{2})^{-15}$
---	---	---	-------------------	---	--------------------

(٣٣) إن ناتج $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}}$ بأبسط صورة هو :

A	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$	C	$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{72}}$
---	---------------	---	-------------------------------	---	-------------------------------

(٣٤) العدد $2\sqrt{2}$ يكتب

A	2	B	$(\sqrt{2})^2$	C	$(\sqrt{2})^3$
---	---	---	----------------	---	----------------

(٣٥) العدد $3\sqrt{3}$ يكتب:

A	$(3)^3$	B	$(\sqrt{3})^3$	C	$(\sqrt{3})^2$
---	---------	---	----------------	---	----------------

(٣٦) العدد $(\sqrt{2})^{-3}$ يكتب:

A	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	B	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	C	$2\sqrt{2}$
---	----------------------	---	-----------------------	---	-------------

(٣٧) $\sqrt{(-15)^2} = \dots\dots\dots$

A	15	B	-15	C	225
---	----	---	-----	---	-----

(٣٨) إن ناتج $\sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = \dots\dots\dots$ هو

A	2401	B	49	C	$4\sqrt{7}$
---	------	---	----	---	-------------

(٣٩) إن ناتج $\sqrt{7} \times \sqrt{7} \div \sqrt{7} \times \sqrt{7}$ هو:

A	$4\sqrt{7}$	B	$\sqrt{49}$	C	1
---	-------------	---	-------------	---	---

(٤٠) إن ناتج $\sqrt{5} \times \sqrt{15} \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots$ هو:

A	$5\sqrt{3}$	B	225	C	15
---	-------------	---	-----	---	----

(٤١) إن ناتج $\sqrt{7 + \sqrt{1 + 3}} = \dots\dots\dots$ هو:

A	9	B	3	C	$\sqrt{11}$
---	---	---	---	---	-------------

(٤٢) $\sqrt{27} = \dots\dots\dots$ هو:

A	$3\sqrt{3}$	B	$9\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{9}$
---	-------------	---	-------------	---	-------------

(٤٣) $\sqrt{11 - \sqrt{3 + 1}} = \dots\dots\dots$ هو:

A	9	B	$\sqrt{13}$	C	3
---	---	---	-------------	---	---

الوحدة الثانية جبر (قوة الأعداد العادية).

سؤال : إذا كان a عدداً عادياً موجباً ، وكان n عدداً صحيحاً موجباً .

والمطلوب ماذا نرمز للقوة من المرتبة n للعدد a ؟ وكيف تقرأ ؟ وماذا نسمي كل من a و n ؟

الجواب : يرمز لها بـ a^n ، وتُقرأ (a أس n) .

يسمى a أساس هذه القوة ، ويسمى n أس هذه القوة .

ملاحظة :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{و} \quad a^0 = 1 \quad \text{بشرط} \quad a \neq 0$$

$$a^1 = a \quad \text{و} \quad 1^a = 1$$

ملاحظة : قوة العدد عشرة . نميز حالتين :

- ١- يكون الأساس هو العدد 10 والأس عدد موجب . فإننا فقط نضع العدد 1 وبجانبه أصفار بعدد الأس مثلاً $10^6 = 1000000$ (وضعنا العدد 1 و أصفار بجانبه) .
- ٢- يكون الأساس هو العدد 10 والأس عدد سالب . فإننا فقط نضع 1 , ... , 0 ونضع في الفراغ أصفار بعدد الأس منقوص منها واحد مثلاً $10^{-2} = 0,01$ (أي يجب أن يكون عدد الأصفار مع الواحد على يمين الفاصلة يساوي العدد الذي هو الأس) .

سؤال : اذكر قواعد حساب القوى ؟

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

الجواب : ١- ضرب القوة جمع الأسس بشرط الأساس نفسه

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

٢- قسمة القوة طرح الأسس بشرط الأساس نفسه

انتبه الأس في البسط ناقص الأس في المقام .

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \quad \text{أي} \quad \text{٣- قوى القوة ضربها}$$

٤- يمكن توزيع الأس في حالة الضرب والقسمة فقط

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} , (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

انتبه : لا يمكن توزيع الأس في الجمع والطرح . أي

$$(a \mp b)^n \neq a^n \mp b^n$$

سؤال : كم صيغة للسؤال اكتب بصيغة قوة 10 ؟

الجواب : صيغتين الأولى أن يأتي العدد واحد وعلى يمينه أصفار فإننا لكتابته بصيغة قوة فقط نضع في الأساس العدد 10 والأس عدد الأصفار ، مثلاً 1000 نكتبها 10^3 .

الثانية : أن يأتي بهذا الشكل 1 ... 0 بين الواحد والفاصلة هناك أصفار فإننا لكتابته بصيغة قوة فقط نضع في الأساس العدد 10 والأس نضع إشارة ناقص ثم نعد الأعداد على يمين الفاصلة ونضعها .

مثلاً 0,0001 نكتبها 10^{-4}

أو يأتي بهذا الشكل $\frac{1}{10000}$ أيضاً نكتبها 10^{-4} (انتبه لعدد الأصفار هنا) .

.....

سؤال : مالمقصود بالنشر ؟ وكيف يكون النشر ؟

النشر : هو تحويل الجداء إلى مجموع . ممكن أن يرد السؤال انشر ونستخدم قاعدة التوزيع
 $k(a + b) = ka + kb$, $k(a - b) = ka - kb$.

ممكن أن يرد السؤال انشر (جداء ذي حدّين بمثله) $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

ممكن أن يرد السؤال انشر $(a + b)^2$ هنا نحن مختيرين في الحل :

إمّا أن نكتب $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ وننشر كما سبق .

أو نستخدم المطابقة $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

ممكن أن يرد السؤال انشر $(a - b)^2$ هنا نحن مختيرين في الحل :

إمّا أن نكتب $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$ وننشر كما سبق .

أو نستخدم المطابقة $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

ملاحظة : إذا ورد سؤال انشر من الشكل $(a + b)(a - b)$ لاحظ نفس الحدود فقط الاشارات مختلفة

هنا نحن مختيرين في الحل : إمّا ننشر مباشرة أو نستخدم المطابقة $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

.....

سؤال : مالمقصود بالتحليل ؟ وكيف يكون التحليل ؟

التحليل : هو تحويل المجموع إلى جداء .

الطرق كثيرة لكن مطلوب في منهاج التاسع (إمّا نستخدم طريقة اخراج عامل أو المطابقات) .

أولاً : اخراج العامل يكون باخراج مجهول أو عدد ومجهول أو قوس .

مثلاً $2x^2 - x$ في هذا المثال يمكن أن نخرج x عامل مشترك $x(2x - 1)$.

أو $2x^2 - 4x$ في هذا المثال يمكن أن نخرج $2x$ عامل مشترك $2x(x - 2)$

أو $(a + b)^2 + (a + b)(a - b)$ هنا نخرج $(a + b)$ عامل مشترك

أي $(a + b)((a + b) + (a - b)) = (a + b)(2a)$.

أحياناً نحتاج استخدام القاعدة $(-a - b) = -(a + b)$ أو $(-a + b) = -(a - b)$

مثلاً حلّ العبارة $(x + 1)^2 + 2x(-x - 1)$

الحل : $(x + 1)^2 + 2x(-x - 1) = (x + 1)^2 - 2x(x + 1) =$

$$= (x + 1)((x + 1) - 2x) = (x + 1)(-x + 1)$$

أحياناً يكون العامل المشترك غير ظاهر للوهلة الأولى فنحتاج اما سحب اشارة سالبة كما سبق أو نضرب بعدد او نقسم على عدد .

مثلاً حلّ $(2x - 1)(x - 5) - \left(\frac{1}{2} - x\right)(4 + 3x)$

نلاحظ لا يوجد بالظاهر عامل مشترك لكن نحتاج أن نضرب بـ -2 ونقسم عليها أي $-\frac{1}{2}(-2)$

$$(2x - 1)(x - 5) - \left(\frac{1}{2} - x\right)(4 + 3x) = (2x - 1)(x - 5) + \frac{1}{2}(-1 + 2x)(4 + 3x)$$

$$= (2x - 1)(x - 5) + \frac{1}{2}(2x - 1)(4 + 3x) =$$

أصبح العامل المشترك الآن واضح وهو $(2x - 1)$

$$= (2x - 1) \left((x - 5) + \frac{1}{2}(4 + 3x) \right) = (2x - 1) \left(-3 + \frac{5}{2}x \right)$$

.....

ثانياً مطابقات : اذا كانت العبارة من الشكل $ax^2 \mp bx + c$ وطلب حلّ العبارة .

نأخذ جذر الحد الأول و جذر الحد الثالث ونقوم بضربهما في بعض ثم نضربهما بالعدد 2 إذا كان الناتج هو الحد الثاني فنحن امام مربع كامل أي طريقة تحليل العبارة هي جذر الأول إشارة الثاني جذر الثالث

لنوضح ذلك في مثال : حلّ العبارة $x^2 + 6x + 9$

الجواب : نأخذ جذر الحد الأول هو x ، نأخذ جذر الحد الثالث هو 3 نقوم بالجداء $2 \times x \times 3 = 6x$

نلاحظ أن ناتج الجداء هو نفسه الحد الثاني إذا نحن أمام مربع كامل

نأخذ جذر الاول إشارة الثاني جذر الثالث أي $x^2 + 6x + 9$

جذر إشارة جذر

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \longrightarrow \text{هذا مربع كامل}$$

.....

أو نستفيد من المطابقة $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

مثلاً حلّ $4x^2 - 9$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

.....

سؤال : ما المقصود باختزال عبارة ؟

(هو أن نجعل الأعداد مع الأعداد والمجاهيل المتشابهة مع المجاهيل المتشابهة وننتبه لقواعد حساب القوة) .

ننتبه إلى هذه الملاحظات :

$$a \times x = ax , \quad x \times y = xy , \quad x \times x = x^2 , \quad x^2 \times x = x^3 \quad -١$$

$$. a \mp x \neq ax , \quad a \mp x = a \mp x \quad -٢$$

$$. x + x^2 \neq x^3 , \quad x + x^2 = x + x^2 \quad -٣$$

(انتبه هناك سببين لعدم قدرتنا على جمع الحدين مع أنهما مجاهيل).
الأول : لأن الإشارة بينهما جمع لم نستطع أن نجمعهما لو كانت ضرب نستطيع.
الثاني : يجب أن يكون نفس الأس ونفس الأساس وهنا لدينا الأسس مختلفة .

$$x^2 + x^2 \neq x^4 , \quad x^2 + x^2 = 2x^2 \quad -٤$$

(نلاحظ نفس الأس ونفس الأساس لذلك نضع نفس الحد المتشابه ويتم جمع الأمثال فقط) .

نبدأ بالتمارين :

سؤال : انشر ثم بسّط المقدار $\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$

الحل :

$$\sqrt{2}(3 + \sqrt{3}) = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

سؤال : انشر ثم اختزل

$$A = (x - 3)(x - 5)$$

$$B = (x + 2y)(2x - y)$$

$$\text{الحل : } A = x^2 - 8x + 15 , \quad B = 2x^2 + 3xy - 2y^2$$

سؤال : حل العبارة التالية .

$$A = (x - 2)^2 + 3(x - 2)$$

الحل:

$$= (x - 2)(x + 1)$$

سؤال انشر

$$A = (2 - 3x)^2 , \quad B = \left(\frac{3}{2} - 2x\right)\left(\frac{3}{2} + 2x\right), C = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$$

الحل :

$$A = 4 - 12x + 9x^2, B = \frac{9}{4} - 4x^2, C = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$$

سؤال : اكتب بصيغة قوة عدد واحد .

$$6^{-3} \times 6^4, \frac{7^5}{7^2}, (3^4)^5$$

الحل :

$$(3^4)^5 = 3^{4 \times 5} = 3^{20}, \frac{7^5}{7^2} = 7^{5-2} = 7^3$$

$$6^{-3} \times 6^4 = 6^{-3+4} = 6^1$$

سؤال: اكتب المقدار $P = \frac{3^7 \times 4^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times 9^3}$ على النحو الآتي

$$2^a \times 3^b \times 5^c$$

$$P = 2^{11} \times 3^1 \times 5^{11}$$

سؤال : لدينا

$$A = (3x - 1)(2x + 5) - (3x - 1)^2$$

والمطلوب :

(١) انشر ثم احتزل A . (٢) ثم احسب قيمة A في حالة $x = 1 + \sqrt{2}$

الحل :

$$A = -3x^2 + 19x - 6 \quad (1)$$

$$A = 4 + 13\sqrt{2} \quad \text{عندما } x = 1 + \sqrt{2} \text{ يكون}$$

(٤٤) إن قيمة المقدار $(\sqrt{3})^0$ تساوي:

A	1	B	0	C	$\sqrt{3}$
---	---	---	---	---	------------

(٤٥) العدد $((3\sqrt{2})^0 + 1^{11})$ يساوي:

A	12	B	0	C	2
---	----	---	---	---	---

(٤٦) $\frac{a^3}{5\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

A	$\left(\frac{a}{\sqrt{5}}\right)^3$	B	$\left(\frac{a}{5}\right)^3$	C	$\left(\frac{a}{3\sqrt{5}}\right)^3$
---	-------------------------------------	---	------------------------------	---	--------------------------------------

(٤٧) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ هو عدد :

A	غير عادي	B	عادي غير صحيح	C	صحيح
---	----------	---	---------------	---	------

(٤٨) $(a - b)^2 = \dots\dots\dots$ إنَّ

A	$a^2 - 2ab + b^2$	B	$a^2 + 2ab + b^2$	C	$(a - b)(a + b)$
---	-------------------	---	-------------------	---	------------------

(٤٩) إن $(a + b)^2 = \dots\dots\dots$:

A	$a^2 - 2ab + b^2$	B	$a^2 + 2ab + b^2$	C	$(a - b)(a + b)$
---	-------------------	---	-------------------	---	------------------

(٥٠) إن $a^2 - b^2 = \dots\dots\dots$:

A	$a^2 - 2ab + b^2$	B	$a^2 + 2ab + b^2$	C	$(a - b)(a + b)$
---	-------------------	---	-------------------	---	------------------

(٥١) أيّ كان العدد الحقيقي $a \neq 0$ وأيّا كان العددين الصحيحان n, m فإنّ:

A	$a^n a^m = a^{n-m}$	B	$a^n a^m = a^{n.m}$	C	$a^n a^m = a^{n+m}$
---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------

(٥٢) إن $(a \times b)^n = \dots\dots\dots$ هو

A	$a^n b^n$	B	ab^n	C	$a^n b$
---	-----------	---	--------	---	---------

(٥٣) إن $a^n \times a^m$ هو:

A	a^{m-n}	B	$a^{n.m}$	C	a^{n+m}
---	-----------	---	-----------	---	-----------

(٥٤) إن $\frac{a^n}{a^m} = \dots\dots\dots$ هو:

A	a^{m-n}	B	a^{n+m}	D	a^{n-m}
---	-----------	---	-----------	---	-----------

(٥٥) إن $(a^n)^m = \dots\dots\dots$ هو:

A	a^{m-n}	B	$a^{n.m}$	C	a^{n+m}
---	-----------	---	-----------	---	-----------

(٥٦) إن $10^{-1} = \dots\dots\dots$ هو:

A	1	B	0.1	C	0
---	---	---	-----	---	---

(٥٧) $a^n = 1$ تعني:

A	$n = 1$	B	$x = 1$	C	$n = 0$
---	---------	---	---------	---	---------

(٥٨) إن $2a^{-1} = \dots\dots\dots$ هو:

A	$\frac{1}{2a}$	B	$-\frac{2}{a}$	C	$\frac{2}{a}$
---	----------------	---	----------------	---	---------------

(٥٩) إن $(3b)^{-2} = \dots\dots\dots$ هو:

A	$-\frac{6}{b^2}$	B	$\frac{9}{b^2}$	C	$\frac{1}{9b^2}$
---	------------------	---	-----------------	---	------------------

(٦٠) إن $5a^{-1} b^2 = \dots\dots\dots$ هو:

A	$\frac{5b^2}{a}$	B	$-\frac{5b^2}{a}$	C	$\frac{b^2}{5a}$
---	------------------	---	-------------------	---	------------------

(٦١) إن $\left(-\frac{2a^{-1}}{b}\right)^3 = \dots\dots\dots$ هو:

A	$-\frac{8}{a^3 b^3}$	B	$-\frac{8b^3}{a^3}$	C	$\frac{6a^3}{b^3}$
---	----------------------	---	---------------------	---	--------------------

(٦٢) الصيغة المعيارية للعدد 450.1 هي:

A	0.4501×10^3	B	4501×10^{-1}	C	4.501×10^2
---	----------------------	---	-----------------------	---	---------------------

(٦٣) في حالة n عدد صحيح ، مربع العدد الصحيح التالي للعدد n هو :

A	$(n + 1)^2$	B	$2(n + 1)$	C	$n^2 + 1$
---	-------------	---	------------	---	-----------

(٦٤) $2x^2 + x^3 + 3x^2$ تساوي :

A	$5x^7$	B	$6x^7$	C	$5x^2 + x^3$
---	--------	---	--------	---	--------------

(٦٥) بعد نشر المقدار $(x + 2)(2x - 4)$ نحصل على :

A	$2x^2 - 8$	B	$3x^2 - 2$	C	$2x^2 + 8$
---	------------	---	------------	---	------------

(٦٦) يمكن تحليل المقدار $2x^2 - 8x$ إلى

A	$2x(x - 4)$	B	$2x^2$	C	$2x(x - 8)$
---	-------------	---	--------	---	-------------

(٦٧) كل $1km$ تساوي $100000cm$ فإن $1cm$ تساوي :

A	10^3km	B	10^5km	C	$10^{-5}km$
---	----------	---	----------	---	-------------

(٦٨) كل $1m$ تساوي $0.001km$ فإن $1km$ تساوي :

A	10^3m	B	$10^{-3}m$	C	$0.001m$
---	---------	---	------------	---	----------

(٦٩) مثلًا 2^4 يساوي :

A	2^5	B	4^4	C	2^8
---	-------	---	-------	---	-------

(٧٠) $(\frac{1}{3}x)^2$ يساوي :

A	$\frac{1}{9}x^2$	B	$\frac{1}{6}x^2$	C	$\frac{2}{3}x$
---	------------------	---	------------------	---	----------------

(٧١) $9x^2 - 30x + 25 = \dots\dots\dots$

A	$(x - 5)^2$	B	$(x + 5)^2$	C	$(3x - 5)^2$
---	-------------	---	-------------	---	--------------

(٧٢) يكتب $(x - 1)^2 + 2x$ بالشكل :

A	$x^2 - 1$	B	$x^2 + 1$	C	$x^2 + 2x - 1$
---	-----------	---	-----------	---	----------------

(٧٣) عند تحليل المقدار $(x + 3)^2 - 5x - 15$ ينتج المضاريب :

A	$(x + 3)(x - 1)$	B	$(x - 3)(x + 2)$	C	$(x + 3)(x - 2)$
---	------------------	---	------------------	---	------------------

(٧٤) لدينا $A = (x + 2) - (x - 3) + x^2$ عندما $x = \sqrt{2}$ إن قيمة A تساوي :

A	3	B	7	C	$\sqrt{2} + 7$
---	---	---	---	---	----------------

الوحدة الثالثة جبر (المعادلات والمتراجحات).

لحل المعادلة من الشكل $hx + m = cx + d$

طريقة أولى .

١- نجمع مقداراً إلى كل من طرفي المعادلة أو نطرح مقداراً من كل من طرفيها حتى نحصل على معادلة بسيطة من النمط $ax = b$

٢- نقسم كل من $ax = b$ طرفي المعادلة على a فنحصل على قيمة المجهول x وهي $x = \frac{b}{a}$

((وننتبه حتى لو كانت $-x = b$ نقسم على -1 فنجد $x = \frac{b}{-1} = -1$))

(أي يجب أن يكون أمثال $x = 1$).

طريقة ثانية

(١) - ننقل المعاليم بطرف والمجاهيل مع تغيير

إشارة المنقول حتى نحصل على معادلة بسيطة من النمط $ax = b$

ثم نتابع كما سبق

مثال : حل المعادلة : $5y - 4 = 3y + 2$

الحل : $5y - 4 = 3y + 2$ ننقل المعاليم بطرف والمجاهيل بطرف .

$$\Rightarrow 5y - 3y = 2 + 4$$

$$\Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} \Rightarrow y = 3$$

لحل معادلة من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$

الحل : إما $(ax + b) = 0$ ثم نتابع لنصل إلى $x = -\frac{b}{a}$

أو $(cx + d) = 0$ ثم نتابع لنصل إلى $x = -\frac{d}{c}$

انتبه (ليس دائماً إشارة $\frac{b}{a}$ ناقص إنما حسب ما بين الأقواس).

لحل معادلة من الشكل $x^2 = a$ نميز ثلاث حالات :

١- في حالة $a > 0$ يكون حل المعادلة إما $x = +\sqrt{a}$ أو $x = -\sqrt{a}$.

مثلاً $x^2 = 4 \Rightarrow x = +3$ أو $x = -3$.

٢- في حالة $a = 0$ يكون للمعادلة حل وحيد وهو $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

(ملاحظة : $ax^2 = 0 \Rightarrow x = 0, ax = 0 \Rightarrow x = 0$) .

٣- في حالة $a < 0$ المعادلة تكون مستحيلة الحل

سنوضح ذلك بمثال حل المعادلة $x^2 + 1 = 0$.

الحل : $x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$

ومنه المعادلة مستحيلة الحل (لأنه لا يوجد جذر تربيعي للعدد السالب) .

بمعنى آخر لا يوجد عدد اضربه بنفسه يكون الناتج -1

.....
حل المتراجحات من الدرجة الاولى : **لحل متراجحة من النمط $hx + m < cx + d$**
نفس خطوات حل معادلة :

في البداية نسأل : مالمقصود بحل متراجحة ؟ ومتى تكون قيم x حل للمتراجحة ؟
حل متراجحة هي عملية ايجاد قيم x التي تحققها .

تكون قيم x حل للمتراجحة إذا جعلت المقارنة بين الطرفين صحيحة .
طريقة أولى .

١- نجمع مقدارا إلى كل من طرفي المتراجحة أو نطرح مقدارا من كل من طرفيها
حتى نحصل على متراجحة بسيطة من النمط $ax < b$ أو $b < ax$

٢- نقسم طرفي المتراجحة $ax < b$ على a حتى نحصل على $x > \frac{b}{a}$.
ملاحظات : ننتبه إذا ضربنا أو قسمنا طرفي المتراجحة على عدد سالب تماماً فإننا نعكس الجهة .
مثلاً $-x < 4$ نقسم على -1 فينتج $x > -4$ (لاحظوا عكسنا الجهة) .

طريقة ثانية

(٢) - نقل المعاليم بطرف والمجاهيل مع تغيير

إشارة المنقول حتى نحصل على متراجحة بسيطة من النمط $ax < b$ أو $b < ax$

ثم نتابع كما سبق .

ننتبه للملاحظات التالية :

نكتب المجال حسب الحلول :

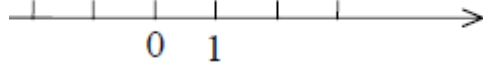
١- إذا $x \geq a$ $x \in [a, +\infty[$.

٢- إذا $x \leq a$ $x \in]-\infty, a]$ (ننتبه دائماً عند ∞ المجال مفتوح) .

٣- إذا $x > a$ $x \in]a, +\infty[$.

٤- إذا $x < a$ $x \in]-\infty, a[$.

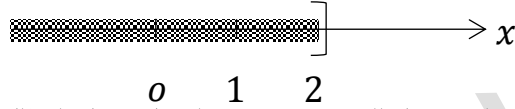
ملاحظة : بالنسبة لتمثيل حلول المتراجحة على مستقيم الأعداد (تمثيل بياني) يتم كالتالي .
نضع مستقيم الأعداد كالتالي :



لاحظ السهم موجّه من جهة واحدة تكون الاعداد الأكبر من الصفر أي من الجهة الموجبة تكون موجبة أمّا الأعداد التي من الجهة غير الموجبة تكون أصغر من الصفر أي سالبة .

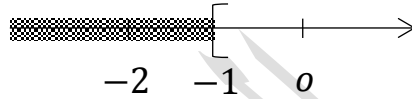
يتم تظليل القسم الذي ليس حل للمتراجحة وننتبه للمجالات .
إذا كانت أكبر تماماً أو أصغر تماماً جهة المجال على مستقيم الأعداد نحو المظلل .
إذا كانت أكبر أو يساوي ، أو أصغر أو يساوي جهة المجال على مستقيم الأعداد نحو الحل
أي نحو غير المظلل .
مثلاً :

الأعداد التي أكبر تماماً من 2 أي $x > 2$



(لاحظوا تم تظليل القيم من العدد 2 وتحت لأنها ليست حل للمتراجحة وجهة المجال نحو المظلل) .

الأعداد التي أكبر أو تساوي -1 أي $x \geq -1$



(لاحظوا جهة المجال نحو الحل لأنه أكبر أو تساوي) .

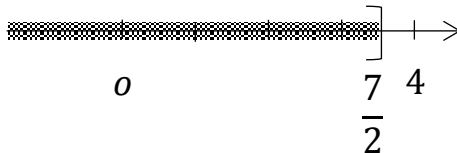
وكذلك بالنسبة للأصغر تماماً ، أصغر أو يساوي .

الأسئلة ممكن أن ترد كالتالي :

١- حل المتراجحة ومثل الحلول على مستقيم الأعداد ؟

مثلاً $3x - 2 > x + 5$.

الحل : $3x - x > 5 + 2 \Rightarrow 2x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{2} = 3.5$



٢- أي من الأعداد حل للمتراجحة وأي منها ليس حلاً للمتراجحة ؟

مثلاً أي من الأعداد 0, -1 حل للمتراجحة $2x - 5 \leq \frac{3}{2} - 11x$

الحل : - العدد 0 حل للمتراجحة كون

$$2(0) - 5 = -5$$

$$\frac{3}{2} - 11(0) = \frac{3}{2}$$

$$\text{و } -5 \leq \frac{3}{2}$$

- العدد 1 ليس حل للمترابحة كون

$$2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$$

$$\frac{3}{2} - 11(1) = \frac{3}{2} - 11 = -\frac{19}{2} = -9.5$$

$$\text{و } -9.5 \not\leq -3$$

.....

أو نص مسألة نحولها إلى مترابحة (اصطناع مترابحة) .

شراء محابر من المكتبة يكلف 1790 ليرة محبرة ، وشراؤها عن طريق موقع انترنت يكلف 1650 ليرة لكل محبرة ، مع اضافة أجرة النقل وهي 490 ليرة أيًا كان عدد المحابر المشتراة .

بدعاً من أي عدد من المحابر يكون الشراء عن طريق موقع انترنت أوفر من الشراء من المكتبة ؟

(مفتاح معرفة أن المسألة تحتاج لتشكيل مترابحة هي كلمة (أوفر) ننتبه لهذه الكلمات أوفر ، أقل ، أكبر .) .

الحل : نرمز إلى أقل عدد من المحابر ليكون الشراء عن طريق موقع انترنت أوفر x .

فيكون كلفة المحابر من المكتبة $1790x$ ، وكلفتها عن طريق الانترنت $1650x + 490$.

بما أننا نريد عن طريق الانترنت أقل من المكتبة إذاً

$$1790x > 1650x + 490$$

نحل المترابحة

$$1790x - 1650x > 490 \Rightarrow 140x > 490 \Rightarrow x \geq \frac{490}{140} \Rightarrow x > 3.5$$

فأقل عدد من المحابر المشتراة يجعل الشراء عبر موقع انترنت أوفر مما هو من المكتبة هو 4

.....

نبدأ بالتمارين :

حل كل من المعادلات التالية :

$$2) \frac{z}{3} + 4 = \frac{z}{4} - 1 \quad , \quad 1) 5y - 4 = 3y + 2$$

$$3) \left(\frac{y}{2} + 2\right) \left(3y - \frac{5}{3}\right) = 0 \quad 4) y^2 = 5$$

$$5) (3x + 5)^2 - 4x^2 = 0$$

$$\text{الحل : } 1) \quad y = 3 \quad , \quad 2) \quad z = -60$$

$$3) \quad y = -4 \quad \text{إما} \quad , \quad y = \frac{5}{9} \Rightarrow \text{أو}$$

-4

$$, \quad \text{إما} \quad y - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{5}$$

$$\text{أو} \quad y + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{5}$$

٥- هنا ننتبه في هذه المعادلة أحياناً نحتاج تطبيق التحليل لتحويلها إلى معادلة جداء صفري ثم نحلّها .

$$(3x + 5)^2 - (2x)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x + 5 - 2x)(3x + 5 + 2x) = 0 \Rightarrow$$

$$(x + 5)(5x + 5) = 0$$

وعليه

$$\text{إما } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$\text{أو } 5x + 5 = 0 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$$

٤-

$$y^2 = 5 \Rightarrow y^2 - 5 = 0 \Rightarrow y^2 - (\sqrt{5})^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(y - \sqrt{5})(y + \sqrt{5}) = 0$$

ومنه

$$\text{إما } y - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{5}$$

$$\text{أو } y + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{5}$$

٥-

$$(3x + 5)^2 - 4x^2 = 0$$

ومنه

$$(3x + 5)^2 - (2x)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x + 5 - 2x)(3x + 5 + 2x) = 0 \Rightarrow$$

$$(x + 5)(5x + 5) = 0$$

وعليه

$$\text{إما } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$\text{أو } 5x + 5 = 0 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$$

(١٨) أوجد جميع القيم التي يمكن أن يأخذها المجهول

في كل حالة .

$$1) x^2 + 5 = 54 , 2) y^2 + 1 = 1 , 3) z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$4) x^2 = (2.07)^2 , 5) x^2 + 4 = 0$$

الحل : ١ -

$$x^2 = 54 - 5 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow \begin{cases} x = +7 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$y^2 = 1 - 1 \Rightarrow y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \quad - ٢$$

$$z^2 = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow z^2 = \frac{3}{3} \Rightarrow z^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} z = +1 \\ z = -1 \end{cases} \quad - ٣$$

$$x = 2.07 \quad \text{and} \quad x = -2.07 \quad - ٤$$

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \quad - ٥ \quad \text{وبالتالي فهي مستحيلة الحل .}$$

حل المتراجحات الآتية .

ومثل الحلول على مستقيم الأعداد .

$$1) 3x - 2 > x + 5$$

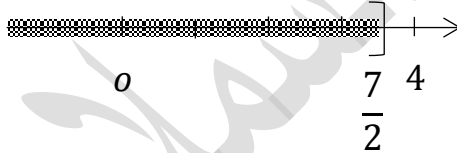
$$2) 3(y - 1) - 2(4y + 1) \geq 0$$

$$3) \frac{1}{4}(3z + 1) < \frac{1}{6}(5z + 1)$$

$$4) 2x - \frac{1}{4} \leq 3x - \frac{1}{4}$$

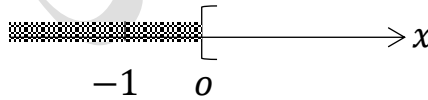
الحل : ١ -

$$3x - x > 5 + 2 \Rightarrow 2x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{2} = 3.5$$



- ٢

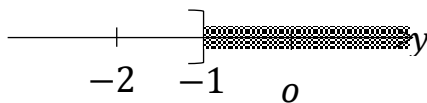
$$2x - 3x \leq -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow -x \leq 0 \Rightarrow x \geq 0$$



- ٣

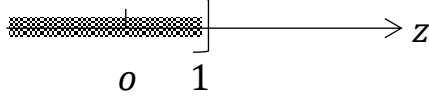
$$3y - 3 - 8y - 2 \geq 0 \Rightarrow -5y - 5 \geq 0$$

$$-5y \geq 5 \Rightarrow y \leq \frac{5}{-5} \Rightarrow y \leq -1$$



$$3(3z + 1) < 2(5z + 1) \Rightarrow$$

$$9z + 3 < 10z + 2 \Rightarrow 3 - 2 < 10z - 9z \Rightarrow 1 < z$$



مسألة: الآن عمر سامر 11 سنة وعمر غيث 26 سنة . بعد كم سنة يصبح فيه عمر غيث ضعف عمر سامر ؟
الحل :

سامر	11	بعد	$11 + x$
غيث	26	x سنة	$26 + x$

من معطيات المسألة نجد

$$26 + x = 2(11 + x) \Rightarrow 26 + x = 22 + 2x$$

$$\Rightarrow x - 2x = 22 - 26 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4$$

أي بعد 4 سنوات يصبح عمر غيث مساوياً ضعف عمر سامر.

ما العدد الذي إذا جمعنا ثلاثة أرباعه مع خمسيه حصلنا على 460 ؟

الحل :

نفرض أن هذا العدد هو x . بحسب معطيات المسألة نجد

$$\frac{3}{4}x + \frac{2}{5}x = 460 \Rightarrow \frac{15x+8x}{20} = 460 \Rightarrow$$

$$\frac{23x}{20} = 460 \Rightarrow 23x = 9200 \Rightarrow x = \frac{9200}{23} \Rightarrow x = 400$$

وهو العدد المطلوب.

(٧١) لدينا $A = (x + 2) - (x - 3) + x^2$ عندما $x = \sqrt{2}$ إن قيمة A تساوي :

A	3	B	7	C	$\sqrt{2} + 7$
---	---	---	---	---	----------------

(٧٢) أحد جذور المعادلة $x^2 + 3x = -2(x - 3)$ هو :

A	3	B	1	C	2
---	---	---	---	---	---

(٧٣) أحد جذور المعادلة $x^2 - 3x = 2(x - 3)$ هو :

A	3	B	1	C	6
---	---	---	---	---	---

(٧٤) x عدد مجموع ثلاثة أمثاله مع العدد 8 يساوي نصف مربعه ، نعبر عن ذلك بالصيغة :

A	$\frac{1}{2}(3x + 8) = x^2$	B	$(3x + 8) = \frac{1}{2}x^2$	C	$3(x + 8) = \frac{1}{2}x^2$
---	-----------------------------	---	-----------------------------	---	-----------------------------

(٧٥) المتراجحة $3x - 2 < 0$ صحيحة عندما :

A	$x > \frac{2}{3}$	B	$x < \frac{2}{3}$	C	$x < 1.5$
---	-------------------	---	-------------------	---	-----------

(٧٦) أي المعادلات التالية حلها -1 :

A	$3x + 1 = -5$	B	$4x + 2 = x - 1$	C	$x - 1 = \frac{x}{2} + 1$
---	---------------	---	------------------	---	---------------------------

(٧٧) حل المعادلة $x^2 = a$ في حالة $a > 0$ هو :

A	$x = \sqrt{a}$	B	$x = -\sqrt{a}$	C	$x = \sqrt{a}$ و $x = -\sqrt{a}$
---	----------------	---	-----------------	---	----------------------------------

(٧٨) حل المعادلة $x^2 = a$ في حالة $a < 0$ هو :

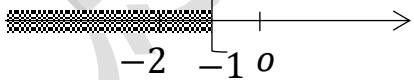
A	$x = \sqrt{a}$	B	$x = -\sqrt{a}$	C	مستحيلة الحل
---	----------------	---	-----------------	---	--------------

(٧٩) حل المعادلة $x^2 = a$ في حالة $a = 0$ هو :

A	$x = \sqrt{a}$	B	$x = 0$	C	مستحيلة الحل
---	----------------	---	---------	---	--------------

(٨٠) إذا كان $a = 32 \times \pi^5$ و $b = (\pi \times (\sqrt{2})^{-2})^5$ فإن $\frac{a}{b}$ هو :

A	صحيح	B	غير عادي	C	عادي غير صحيح
---	------	---	----------	---	---------------

(٨١) يمثل الحل عندما : 

A	$x \geq -1$	B	$x \geq -2$	C	$x > -1$
---	-------------	---	-------------	---	----------

(٨٢) (قبل خمس سنوات كان عمري نصف ما سيصبح عليه بعد خمس سنوات). الصيغة المعبرة عن النص اذا رمزت للعمر ب x .

A	$2(x - 5) = x + 5$	B	$2x - 5 = x + 5$	C	$x = 2x + 15$
---	--------------------	---	------------------	---	---------------

(٨٣) جذر المعادلة $2x - (8 + 3x) = 2$ هو :

A	2	B	10	C	-10
---	---	---	----	---	-----

(٨٤) احدى المعادلات التالية حلولها ليست أعداد عشرية هي:

A	$3x(6 - 2x) = 0$	B	$(2x - 1)(3x + 2) = 0$	C	$(3x - 6)(2x - 3) = 0$
---	------------------	---	------------------------	---	------------------------

(٨٥) ثلثا 12 - يساوي :

A	8	B	-8	C	$\frac{-24}{36}$
---	---	---	----	---	------------------

(٨٦) $5 \times \frac{2}{5}$ يساوي :

A	$\frac{10}{25}$	B	2	C	$\frac{2}{25}$
---	-----------------	---	---	---	----------------

(٨٧) ثلث النصف يساوي :

A	ربع الثلثين	B	خمس الثالث	C	خمس الثلثين
---	-------------	---	------------	---	-------------

(٨٨) الرمز R^2 يدل على :

A	$R + R$	B	$2R$	C	$R \times R$
---	---------	---	------	---	--------------

(٨٩) نصف 2^{2002} هو :

A	2^{1001}	B	1^{1001}	C	2^{2001}
---	------------	---	------------	---	------------

(٩٠) $2 + 2^{-1}$ تساوي :

A	1	B	0	C	$\frac{5}{2}$
---	---	---	---	---	---------------

(٩١) 10^{-4} يعبر عن :

A	جزء من مئة	B	عشرة آلاف	C	جزء من عشرة آلاف
---	------------	---	-----------	---	------------------

(٩٢) جُمع العدد 2 مع جداء ضرب x بالعدد 4 فكان الناتج :

A	$(2 + 4)x$	B	$2 + 4x$	C	$2(4 + x)$
---	------------	---	----------	---	------------

(٩٣) العبارة $9x^2 - 5x + 7 - 3x^2 - 4$ هو :

A	$(2 + 4)x$	B	$2 + 4x$	C	$2(4 + x)$
---	------------	---	----------	---	------------

(٩٤) عند الانتقال من $(x - 8)(x - 2)$ الى $x^2 - 10x + 16$:

A	نحلل	B	نختزل	C	ننشر
---	------	---	-------	---	------

(٩٥) عند الانتقال من $x^2 - 10x + 16$ الى $(x - 8)(x - 2)$:

A	نحلل	B	نختزل	C	ننشر
---	------	---	-------	---	------

(٩٦) عند الانتقال من $5x - 3 + 2x - 1$ الى $7x - 4$:

A	نحلل	B	نختزل	C	ننشر
---	------	---	-------	---	------

(٩٧) عمر ماري 42 عام ، بعد عامين يصبح عمرها مثلي عمر ابن ابنها . إذا رمزنا إلى عمر ابنها بـ x

الصيغة التي تعبر عن النص :

A	$2x + 2 = 44$	B	$2(x + 2) = 44$	C	$2(x + 2) = 42$
---	---------------	---	-----------------	---	-----------------

(٩٨) مكعب طول حرفه $a = \frac{\sqrt{5}}{3}$ فإن حجمه :

A	$\frac{5\sqrt{5}}{27}$	B	$\frac{5\sqrt{5}}{9}$	C	$\frac{25}{9}$
---	------------------------	---	-----------------------	---	----------------

(٩٩) الصيغة المختزلة للعبارة $3x + 4 - (5x - 7) + 1$ هي :

A	$-2x + 12$	B	$-2x - 4$	C	$-2x - 2$
---	------------	---	-----------	---	-----------

الوحدة الرابعة جبر (جمل المعادلات) .

المقصود بجمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين ؟ ومتى تكون الثانية (x, y) حلاً لها ؟ .

الجواب : - جملة معادلتين خطيتين من الدرجة الأولى بمجهولين x, y هي من النمط .

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حيث a, a', b, b', c, c' أعداد معلومة .

و a, a', b, b' لا تساوي الصفر .

- تكون الثانية (x, y) حلاً لها إذا حققت كل من معادلتها الجملة .

سؤال : أي من المعادلات خطية ؟ وأي منها ليست خطية ولماذا ؟

(1) $ax + by = c$ خطية .

(2) $ax \times by = c$ ليست خطية بسبب وجود الضرب بين x, y .

ونحن نعلم أنه يجب أن تكون الإشارة بين x, y إما + أو - .

(3) $ax^2 + by = c$ ليست خطية لأن الأس فوق x هو 2

ونحن نعلم أنه يجب أن يكون الأس لـ x, y هو الواحد .

ملاحظة : ممكن أن ترد المعادلة الخطية بهذا الشكل $ax + by + c = 0$ أو $by = ax + c$

المقصود بحل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين ؟

هو إيجاد جميع حلول الجملة

لكن نننبه أنه في منهاجكم لا يوجد سوى حل وحيد

فيما بعد وفي مراحل لاحقة سيكون هناك (مستحيلة الحل ، عدد غير منته من الحلول) .

كيف ممكن ان يرد سؤال حل جملة معادلتين جبرياً ؟

هناك حالتين :

١- إما بهذا الشكل (تكون جملة المعادلتين جاهزة) .

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

ويطلب حل جملة المعادلتين الخطيتين عندها لدينا طريقتين (طريقة التعويض ، طريقة الجمع) .

٢- أو غير جاهزة (يأتي نص ونحن نشكل جملة معادلتين خطيتين ثم نحل بإحدى الطريقتين السابقتين)

سؤال : ماهي خطوات طريقة التعويض ؟ وخطوات طريقة الجمع ؟

أو (نسميها الحذف بالتعويض أو الحذف بالجمع) المقصود بالحذف يكون لدينا مجهولين نقوم بعملية ما لنخفف ونجعله مجهول واحد لسهولة الحساب ، سيتضح ذلك بمثال .

الجواب :

... ((طريقة التعويض))

الخطوة الأولى : نسمي المعادلة الأولى (١) . ، نسمي المعادلة الثانية (٢) .

الخطوة الثانية : ننظر إلى المعادلتين الأولى والثانية ونختار الأسهل بينهما

(أي تكون خفيفة بأمثال بسيطة أو احد امثالها هو الواحد) ثم نختار أحد المجهولين y أو x نضعه بطرف لوحده والطرف الآخر يكون فيه المجهول الآخر مع بقية الأعداد ولا ننسى تغيير الإشارة في حال قمنا بنقله .

الخطوة الثالثة : نسمي المعادلة الجديدة التي قمنا بتشكيلها بـ (٣) .

الخطوة الرابعة : نعوض هذه المعادلة في المعادلة التي لم نختارها من أجل إيجاد قيمة المجهول .

الخطوة الخامسة : نعوض قيمة المجهول التي وجدناها في إحدى المعادلات الثلاث السابقة وينتج المجهول الآخر

الخطوة السادسة : نكتب الحلول كالتالي الثنائية (قيمة y , قيمة x) هي حل الجملة .

مثال : حل جملة المعادلتين الخطيتين :

$$(1) \begin{cases} x - 11 = y + 11 \\ x - y = 2(y + 19) \end{cases} \dots \dots (2)$$

الحل : نلاحظ أن المعادلة الأولى هي الأسهل نختارها فنجد :

نجد أن

$$x = y + 11 + 11 \Rightarrow x = y + 22 \dots (3)$$

نعوض (3) في المعادلة الثانية فنحصل على

$$y + 22 - y = 2(y + 19) \Rightarrow$$

$$22 = 2y + 38 \Rightarrow 2y = -16 \Rightarrow y = -8$$

نعوض $y = -8$ في (3) فنحصل على

$$x = -8 + 22 \Rightarrow x = 14$$

نستنتج أن الثنائية $(14, -8)$ حل لجملة المعادلتين.

..... ((طريقة الجمع))

ننظر إلى المعادلتين نميز ثلاث حالات .

- ١- أمثال x في كلا المعادلتين متساويين ومتعاكسين بالإشارة أو أمثال y عندها نجمع المعادلتين مباشرة ونحصل على قيمة أحد المجاهيل . نقوم بتعويض قيمته في إحدى المعادلتين السابقتين فينتج المجهول الآخر .
- ٢- أمثال x في كلا المعادلتين متساويين وغير متعاكسين بالإشارة أو أمثال y عندها نطرح المعادلتين مباشرة ونحصل على قيمة أحد المجاهيل . نقوم بتعويض قيمته في إحدى المعادلتين السابقتين فينتج المجهول الآخر .
- ٣- أمثال x في كلا المعادلتين غير متساويين وغير متعاكسين بالإشارة أو أمثال y عندها نضرب إحدى المعادلتين بعدد بحيث نجعل أمثال أحد مجاهيل هذه المعادلة تساوي أمثال أحد مجاهيل المعادلة الثانية وتعاكسه بالإشارة . ثم نجمع المعادلتين مباشرة ونحصل على قيمة أحد المجاهيل . نقوم بتعويض قيمته في إحدى المعادلتين السابقتين فينتج المجهول الآخر .

مثال : حل جملة المعادلتين الخطيتين :

$$1) \begin{cases} 4x + y = -14 \\ 3x + 2y = -8 \end{cases}$$

الحل : نلاحظ أن أمثال المجاهيل بكلا المعادلتين غير متساويين لذلك نضرب طرفي الأولى بـ 2 لكي تتساوى أمثال y .

بضرب طرفي المعادلة الأولى بالعدد 2 نحصل على

$$\begin{cases} 8x + 2y = -28 \dots\dots (1) \\ 3x + 2y = -8 \dots\dots (2) \end{cases}$$

في الجملة الناتجة نطرح المعادلة الثانية من الأولى فنحصل على

$$5x = -28 - (-8) \Rightarrow 5x = -28 + 8 \Rightarrow$$

$$5x = -20 \Rightarrow x = -4$$

نعوض في المعادلة الأولى من الجملة الأصلية فنحصل على

$$4(-4) + y = -14 \Rightarrow -16 + y = -14 \Rightarrow$$

$$y = -14 + 16 \Rightarrow y = 2$$

نستنتج أن الثنائية $(-4, 2)$ حل لجملة المعادلتين

.....

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 5y = 6 \end{cases} \text{ يمكن أن يرد سؤال : من أجل الجملة}$$

أي من الثنائيات $(-1, 2)$, $(-13, 9)$ حل لجملة المعادلات وأي منها ليس حلاً للجملة ؟

الحل : نعوض الثنائية $(-1, 2)$ ليست حل لأنها لا تحقق المعادلة الأولى (أو الثانية) من الجملة.

- الثنائية $(-13, 9)$ حل لأنها تحقق جملة المعادلتين.

يمكن أن يرد سؤال : جد الأعداد الناقصة لتكون الثنائية $(2, -5)$ حل للجملة :

$$\begin{cases} 6x - y = \dots & (1) \\ \dots x + 2y = 14 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6x - y &= c & (1) \\ ax + 2y &= 14 & (2) \end{aligned}$$

الحل : نفرض أن الجملة بهذا الشكل

نعوض الثنائية $(2, -5)$ في المعادلة (١) نجد $12 + 5 = c \Rightarrow c = 17$

إذا تصبح المعادلة الأولى $6x - y = 17$

نعوض الثنائية $(2, -5)$ في المعادلة (٢) نجد

$$a(2) - 10 = 14 \Rightarrow 2a = 14 + 10 \Rightarrow a = \frac{24}{2} = 12$$

إذا تصبح المعادلة الثانية $12x + 2y = 14$

كيف تنتقل من نص مكتوب لمسألة إلى جملة معادلتين ثم إلى الحل ؟

الخطوات كالتالي :

- ١- نختار المجاهيل ونرمزها .
- ٢- نؤلف جملة معادلتين .
- ٣- نحل الجملة .
- ٤- نجيب عن طلبات المسألة .

نأخذ مثال : في إحدى المزارع أرانب ودجاجات . عند رؤوس هذه الحيوانات 28 وعدد قوائمها 76

ما عدد الدجاجات في هذه المزرعة ؟ وما عدد الأرانب فيها ؟

الحل : نختار المجاهيل

نفرض أن عدد الأرانب هو x ، نفرض أن عدد الدجاجات هو y .

حسب معطيات المسألة نحصل على

$$x + y = 28 \quad (1)$$

$$4x + 2y = 76 \quad (2)$$

من المعادلة (1) نجد أن

$$x = 28 - y \quad (3)$$

نعوض (3) في المعادلة (2) فنحصل على

$$4(28 - y) + 2y = 76 \Rightarrow$$

$$112 - 4y + 2y = 76 \Rightarrow -2y = 76 - 112 \Rightarrow -2y = -36 \Rightarrow y = \frac{-36}{-2} \Rightarrow y = 18$$

نعوض في (3) فنحصل على $x = 28 - 18 \Rightarrow x = 10$.

نستنتج أن حل جملة المعادلتين هو $(10, 18)$ وهذا يعني أنه يوجد في المزرعة 10 أرانب و 18 دجاجة.

سؤال : ماهي معادلة المستقيم (d) ؟ ومتى نقول عن نقطة أنها من المستقيم (d) (أي تنتمي إليه)؟

الجواب : معادلة المستقيم (d) هي : $ax + by = c$ حيث $(a, b) \neq (0, 0)$

نقول عن نقطة أنها من المستقيم (d) إذا حققت معادلته .

.....

سؤال : ماذا ندعو معادلة المستقيم (d) السابقة ؟ وكيف يمكن رسم المستقيم ؟

ندعوها معادلة مستقيم غير مار من مبدأ الاحداثيات .

الرسم : نفرض أن $x = 0$ نعوض في معادلة المستقيم فينتج y .

فتكون النقطة الأولى (قيمة y , 0)

ثم نفرض أن $x = 1$ نعوض في معادلة المستقيم فينتج y .

فتكون النقطة الأولى (قيمة y , 1) .

نستطيع كتابتها بجدول :

النقطة	y	x
(قيمة y , 0)	نتج قيمة	0 نعوض
(قيمة y , 1)	نتج قيمة	1 نعوض

أو نستطيع أخذ $x = 0$ فتنتج y ، ثم نأخذ $y = 0$ وتنتج x .

أو أي قيمة لـ x فتنتج y ، ثم y فتنتج x (لكن يفضل أن تكون بسيطة) .

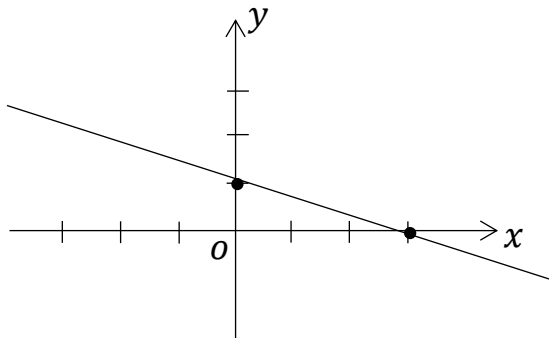
وإذا أردت أن تكون الرسمة دقيقة خذ ثلاث قيم .

.....

مثال : ارسم المستقيم الذي معادلته $x + 3y = 3$.

نأخذ هنا $x = 0, y = 0$ أو $x = 0, x = 1$ أو أي قيمتين كما قلنا المهم تعيين نقطتين

x	0	3
y	1	0

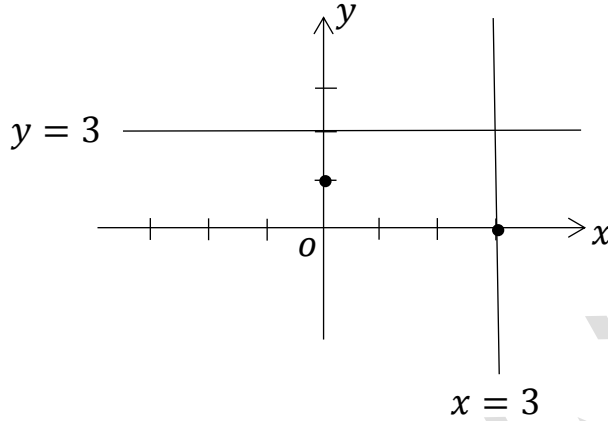


ملاحظات : إذا كانت معادلة المستقيم بهذا الشكل
 $y = a$ فهو يوازي المحور ox يعني محور الفواصل . وعمودي على محور الترتيب

$x = a$ فهو يوازي المحور oy يعني محور الترتيب . وعمودي على محور الفواصل .

$x = 0$ منطبق على محور الترتيب ، $y = 0$ منطبق على محور الفواصل .

مثال : مستقيم معادلته $x = 3$ ، مستقيم معادلته $y = 2$



ملاحظة :

$$y = x$$

معادلة المستقيم هذه هي معادلة مستقيم مار من مبدأ الاحداثيات وهي منصفة للربع الأول والثالث

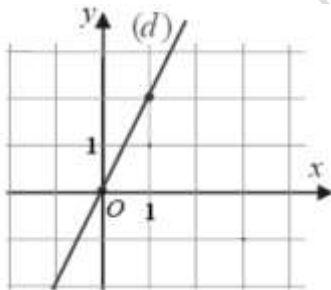
$$y = -x$$

معادلة المستقيم هذه هي معادلة مستقيم مار من مبدأ الاحداثيات وهي منصفة للربع الثاني والرابع

..... (حيث لرسم المستقيم نفرض $x = 0$, $x = 1$)

الآن سؤال مهم و وارد : أن تأتي رسمة المستقيم جاهزة و يطلب تعيين النقاط وتعيين معادلة المستقيم .

سؤال : المستقيم d المرسوم جانباً .



١- عيّن نقطتين من هذا المستقيم .

٢- أي من المعادلات هو تمثيل لـ d .

$$y = 2x, x + 2y = 1, y = x + 1$$

الحل : ١- نلاحظ النقطتين هما

$A(0, 0)$, $B(1, 2)$ بالنسبة للنقطة A واضح أنها في مبدأ الاحداثيات .

أما B لتعيينها نسقط منها عمودين واحد على محور الفواصل والثاني على محور الترتيب

ونرى القيم الناتجة (ملاحظة سمّي النقاط كما تشاء) .

٢- لمعرفة أي من المعادلات هو تمثيل نقوم بتعويض النقاط فيها المعادلة المحققة هي التي تمثل d .

ستكون المعادلة المطلوبة هي $y = 2x$ (أو تستطيع مباشرة بما ان المسقيم مار من مبدأ الاحداثيات أي من الربع الأول والثالث حتماً سيكون شكل المعادلة

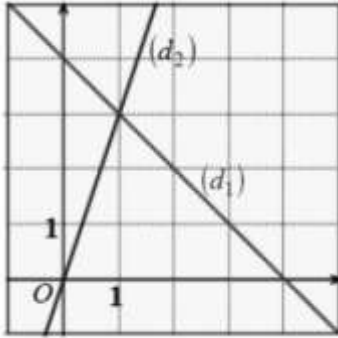
$$y = mx$$

حل جملة المعادلات بيانيا :

التمثيل البياني لجملة معادلتين هو أن نعين لكل مستقيم نقطتين ونرسمه

الحل البياني هو نقطة تقاطع المستقيمين .

الحل البياني نفسه الجبري لكن الجبري يكون أدق وهو باستخدام (طريقة التعويض ، طريقة الجمع) .



$$\begin{cases} x + y = 4 \dots \dots (1) \\ 3x - y = 0 \dots \dots (2) \end{cases}$$

١- ماهي عبارة y بدلالة x التي استخدمت من أجل رسم المستقيمين

$$d_1, d_2$$

الحل : من أجل تعيين عبارة كل مستقيم

نعين من خلال الشكل نقطة واحدة لكل مستقيم

مثلاً d_1 نلاحظ أنه مار من النقطة $(0, 4)$ نعوض هذه النقطة في المعادلتين السابقتين لنرى أي منهما تحققه .

فنجذ أنها الأولى ومنه العبارة تكون $y = 4 - x$.

d_2 نلاحظ أنه مار من النقطة $(0, 0)$ نعوض هذه النقطة في المعادلتين السابقتين لنرى أي منهما تحققه .

فنجذ أنها الثانية ومنه العبارة تكون $y = 3x$.

٢- اقرأ على الشكل حل الجملة (الحل البياني) ، ثم تحقق من الحل .

الحل : ننظر إلى الشكل ونبحث عن نقطة تقاطع المستقيمين d_1, d_2 فنسقط منها عمود على محور الفواصل فنجد قيمة x ونسقط منها عمود على محور الترتيب فنجد قيمة y .

هنا تكون نقطة التقاطع $(x, y) = (1, 3)$

طلب منا التحقق (هنا يتم التحقق أن نعوض النقطة في المعادلتين لنرى هل تحققهما)
فنجذ بعد التعويض أنها تحققهما معاً .

يمكن يرد السؤال تحقق جبرياً كما ذكرنا سابقاً عن طريق طريقة التعويض او طريقة الجمع

.....
ملاحظة هامة :

يمكن يطلب اوجد نقطة تقاطع المستقيم d_1 مع المحورين الاحداثيين (الفواصل ، والترتيب) .

الحل : اولا تقاطع d_1 مع محور الفواصل :

طريقتين :

إما من خلال الرسم نرى نقطة التقاطع وتكون دائماً $(a, 0)$ وهنا هي $(4, 0)$

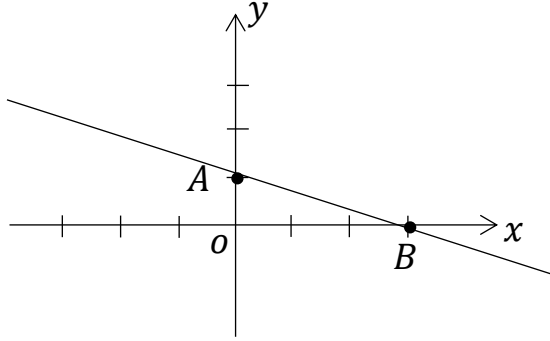
أو نعوض $y = 0$ في معادلة المستقيم d_1 التي تمثلها وهي $y = 4 - x$ فتكون $x = 4$.

أي بمعنى آخر (لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الفواصل نفرض $y = 0$ فننتج x).

ثانياً تقاطع d_1 مع محور الترتيب : طريقتين :

إما من خلال الرسم نرى نقطة التقاطع وتكون دائماً $(0, b)$ وهنا هي $(0, 4)$ أو نعوض $x = 0$ في معادلة المستقيم d_1 التي تمثلها وهي $y = 4 - x$ فتكون $y = 4$. أي بمعنى آخر (لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الترتيب نفرض $x = 0$ فنتنتج y).

ملاحظة : ممكن أن يرد حساب مساحة .



احسب مساحة المثلث BOA .

الحل : المثلث BOA قائم .

$$S_{BOA} = \frac{\text{جداء القائمتين}}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = 6$$

(١٠٠) مكعب طول حرفه $a = \frac{\sqrt{5}}{3}$ فإن حجمه:

A	$\frac{5\sqrt{5}}{27}$	B	$\frac{5\sqrt{5}}{9}$	C	$\frac{25}{9}$
---	------------------------	---	-----------------------	---	----------------

(١٠١) الصيغة المختزلة للعبارة $3x + 4 - (5x - 7) + 1$ هي :

A	$-2x + 12$	B	$-2x - 4$	C	$-2x - 2$
---	------------	---	-----------	---	-----------

(١٠٢) المساواة صحيحة $3x - 5y - 7 = 6$ صحيحة في حالة

A	$x = -2$ و $y = 1$	B	$x = 1$ و $y = -2$	C	$x = 1$ و $y = 2$
---	--------------------	---	--------------------	---	-------------------

(١٠٣) إحدى الثنائيات الآتية ليست حل للمعادلة $x - 2y = 6$:

A	$(12, 3)$	B	$(16, 5)$	C	$(2, 10)$
---	-----------	---	-----------	---	-----------

(١٠٤) إحدى الثنائيات الآتية حل للمعادلة $x + 3y = 5$:

A	$(5, 2)$	B	$(2, 4)$	C	$(5, 0)$
---	----------	---	----------	---	----------

(١٠٥) المستقيم Δ معادلته $2x + y = 2$ أي من النقاط تنتمي إلى المستقيم Δ :

A	$(2, 0)$	B	$(1, 1)$	C	$(0, 2)$
---	----------	---	----------	---	----------

(١٠٦) حل الجملة $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$ هو الثنائية .

A	$(2, 0)$	B	$(1, 1)$	C	$(0, 2)$
---	----------	---	----------	---	----------

(١٠٧) يزيد عمر غيث ٦ سنوات على ضعفي عمر أخيه يزن ، فإذا افترضنا عمر غيث x وعمر زين y فإن المعادلة التي تمثل العلاقة بين عمريهما:

A	$x - y^2 = 6$	B	$x + 2y = 6$	C	$x = 2y + 6$
---	---------------	---	--------------	---	--------------

الوحدة الخامسة : التتابع

ملاحظة ١ : نرسم للدالة (التابع) بالرموز f, h, g, k أي رمز صغيرة

ملاحظة ٢ : ليكن لدينا التابع $f(x) = ax$.

(a) التابع السابق يمكن أن نرسم إليه $x \mapsto ax$

مثلاً التابع $f(x) = x^2$ نرسم له $x \mapsto x^2$

(b) نسمي الكتابة $f(x) = ax$ قاعدة ربط التابع أو (صيغته) , ونسمي x متحولة هذه العلاقة

ملاحظة ٣ : (مفهوم التابع هو كل إجرائية تربط بكل عدد x عدداً وحيداً y) .

سنوضح المفهوم السابق بمثال :

ليكن لدينا التابع $f(x) = x^2$

١- واردنا إيجاد صورة العدد (2) فإننا نعوض بدل x العدد (2) .

فتكون النتيجة $f(2) = (2)^2 = 4$

نلاحظ أنه قيمة واحدة لـ x وهي العدد (2) أعطتنا قيمة واحدة لـ y وهي العدد 4

وهذا محقق ضمن مفهوم التابع .

٢- الآن نريد صورة العدد (3), (-3) أيضاً لإيجادها نعوض بدل x العدد (3) ثم

نعوض بدل x العدد (-3) .

فتكون النتيجة $f(3) = (3)^2 = 9$ و $f(-3) = (-3)^2 = 9$

نلاحظ أنه قيمتين لـ x وهما العددين (3), (-3) أعطتنا قيمة واحدة لـ y وهي العدد 9

وهذا محقق ضمن مفهوم التابع .

الخلاصة : ممكن أن تكون لدينا قيمة واحدة لـ x وتعطينا قيمة واحدة لـ y

(بمعنى آخر سلف واحد يعطي صورة واحدة) .

أو ممكن أن تكون لدينا قيمتين لـ x وتعطينا قيمة واحدة لـ y

(بمعنى آخر سلفان يعطيان صورة واحدة) .

ولكن العكس غير صحيح أي (لا يمكن أن تكون قيمة واحدة لـ x وتعطينا قيمتين لـ y)

(بمعنى آخر سلف واحد لا يعطي صورتين) .

ملاحظة ٤: كم طريقة توجد لتعريف التابع ؟

يوجد ثلاث طرق (عن طريق الخط البياني ، عن طريق الجدول ، عن طريق الصيغة) .
بمعنى آخر ممكن شكل بياني مرسوم ويطلب ايجاد الصورة والسلف ومجموعة التعريف .
ممكن أن يأتي جدول ويطلب ايجاد الصورة والسلف ومجموعة التعريف .
وممكن أن يأتي صيغة ويطلب ايجاد الصورة والسلف .

.....ز.

ملاحظة ٥: مالمقصود بالصورة والمقصود بالسلف ؟

الصورة هي القيمة التي نوجدها بعد تعويض قيم x ، والسلف هو قيمة x التي بين القوسين أي

$$f(a) = b$$

السلف الصورة

ونكتب : صورة العدد a هي b أو سلف العدد b هو a

.....

ملاحظة ٦: سؤال أوجد الصورة كم صيغة ممكن أن ترد له ؟

مثلاً

$$f(a) = b$$

- ١- أوجد صورة العدد a .
- ٢- أوجد $f(a)$.
- (أي في الحالتين لهما نفس الجواب) .

.....

ملاحظة ٧: سؤال أوجد السلف كم صيغة ممكن أن ترد له ؟

مثلاً

$$f(a) = b$$

- ١- أوجد سلف العدد b .
- ٢- ماهي الأعداد التي صورتها b .
- ٣- حل المعادلة $f(x) = b$.
- ٤- ماهي قيم x التي تحقق $f(x) = b$.

.....

الآن سنبدأ :

في الخط البياني :

سؤال كيف يمكن ايجاد مجموعة تعريف ؟

الخطوات: ١- ننظر إلى طرفي الخط البياني نسقط من كل طرف عمود على محور الفواصل .

٢- سنتنتج قيمتين لـ x .

٣- ستكون مجموعة التعريف محصورة بين هاتين القيمتين ونكتب $[a, b]$ حيث القيمة الكبيرة يمين الفاصلة ، والصغيرة يسارها .

سؤال : كيف يمكن ايجاد الصورة ؟

١- عندما يطلب أوجد صورة a أو $f(a)$ نعين a على محور الفواصل .

٢- نرسم من a عمود يقطع الخط البياني وهو يوازي محور الترتيب .

٣- من نقطة التقاطع نسقط عمود على محور الترتيب .

٤- القيمة التي يقطعها العمود مع محور الترتيب هي الصورة المطلوبة .

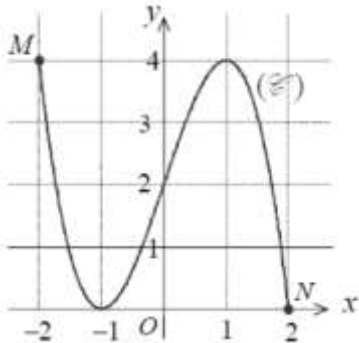
سؤال : كيف يمكن ايجاد السلف ؟

١- عندما يطلب ايجاد سلف b أو الأعداد التي صورتها b نعين b على محور الترتيب .

٢- نرسم من b عمود يقطع الخط البياني وهو يوازي محور الفواصل .

٣- من نقطة التقاطع نسقط عمود على محور الفواصل .

٤- القيمة التي يقطعها العمود مع محور الفواصل هي السلف المطلوب .



مثال : في الشكل المجاور الخط C يعرف تابع f .

١- مامجموعة التعريف ؟

٢- ماهي صورة العدد 1 أي $f(1)$ ؟

٣- ماهي الأعداد التي صورتها 4 (أسلاف 4) ؟

الحل : بتطبيق الخطوات السابقة

يكون ١- $[-2, 2]$.

٢- $f(1) = 4$.

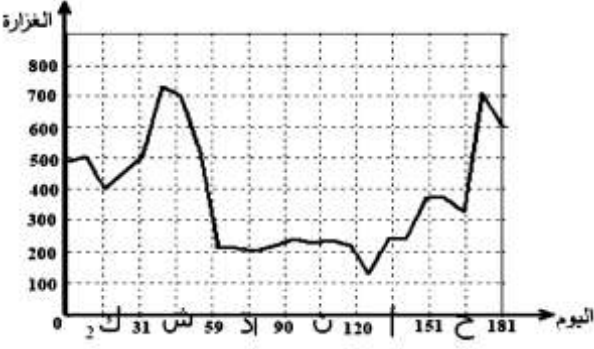
٣- هي -2 , 1

سؤال كيف يمكن تعيين المتحول ؟

المتحول يكون على محور الفواصل

مثلاً في الشكل المجاور

المتحول هو اليوم



في الجدول :

سؤال كيف يمكن إيجاد مجموعة تعريف ؟

نكتب $[a, b]$ حيث a أصغر قيمة في الجدول ، b أكبر قيمة في الجدول .

سؤال كيف يمكن تعيين المتحول ؟

عندما يذكر يقرب بـ هو الذي بعد الباء (في الغالب)

بالنسبة للمثال رقم 4 من أسئلة الوحدة لا يهمنا عبارة السؤال (الرسم موجود) .

ملاحظة قيم المتحول هي نفسها (السلف)

سؤال كيف يمكن تعيين الصورة ؟

بما اننا عينا المتحول تكون الصورة هي القيمة التي تحته .

سؤال كيف يمكن تعيين السلف ؟

كما قلنا قيم المتحول هي الأسلاف

الطول	العمر
13.5	15
18	20
22.5	25
26	30

مثال : الجدول الآتي يقرب طول شجرة بعمرها

أولاً نعين المتحول :

المتحول من خلال نص السؤال هو العمر

إذا الطول يكون هو الصورة

والعمر هو الأسلاف .

إذا طلب منك مثل الجدول بمعلم ديكارتي .

تعيين المتحول أي الاسلاف على محور الفواصل

وتعين الصور على محور الترتيب سيكون هناك نقط تقاطع تصل بينها .

ثالثاً : الصيغة

مجموعة التعريف غير مطالبين فيها حالياً

سؤال كيف يمكن إيجاد الصورة ؟

نعوض القيمة التي يعطيني إياها مكان x ثم بالعمليات الحسابية تنتج الصورة .

سؤال كيف يمكن إيجاد السلف ؟

نكتب كالتالي :

مثلاً لوجاء السؤال :

١- أوجد سلف العدد b .

٢- ماهي الأعداد التي صورتها b .

٣- حل المعادلة $f(x) = b$.

٤- ماهي قيم x التي تحقق $f(x) = b$.

(قلنا أنها كلها تعني نفس معنى السؤال) .

الحل : نكتب $f(x) = b$ ونعوض بدل $f(x)$

الصيغة المعطاة ثم نقوم بحل المعادلة كما تعلمنا .

تمرين ١- ليكن f التابع المعطى وفق $x \mapsto x^2 + 2x + 1$

والمطلوب :

(1) انسخ وأكمل $f(x) = \dots \dots \dots$

(2) أوجد صورة 3, 5 (أي أوجد $f(3), f(5)$) .

(3) ماهي الأعداد صورتها 1 (أي ماهي أسلاف العدد 1) .

(4) ضع كلمة صح أو خطأ معللاً إجابتك .

(a) 0 هو صورة 1 - وفق f .

(b) صورة العدد 2 هي 4 وفق f .

(c) العدد الذي صورته 5 وفق f هو 2 .

تمرين ٢: اختر الاجابة الصحيحة :

١- 6 هو صورة 2 نعبر عنها بالصورة الرمزية :

A	$f(6) = 2$	B	$f(2) = 6$	C	$f(2) = 2$
---	------------	---	------------	---	------------

٢- 1 هو سلف 2 نعبر عنها بالصورة الرمزية :

A	$f(1) = 2$	B	$f(2) = 1$	C	$f(2) = 2$
---	------------	---	------------	---	------------

بملاحظة الجدول المجاور :

x	$f(x)$
2	5
6	2
-1	1

٣- وفق التابع f العدد هو صورة العدد 2 .

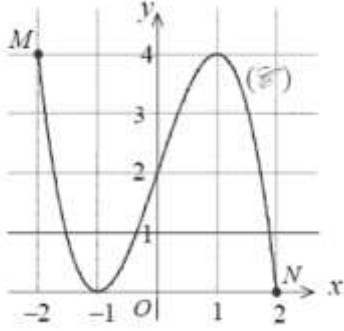
A	1	B	5	C	6
---	---	---	---	---	---

٤- وفق التابع f العدد 2 هو صورة العدد

A	1	B	5	C	6
---	---	---	---	---	---

تمرين ٣ : اختر الاجابة الصحيحة :

أولاً : في الشكل المرافق التابع f المعرّف بالخط البياني (C) .



والمطلوب :

١- صورة العدد 1 هي :

A	$f(1) = 0$	B	$f(1) = 4$	C	$f(1) = 2$
---	------------	---	------------	---	------------

٢- اسلاف العدد 4 هي :

A	-1,1	B	-2,2	C	-2,1
---	------	---	------	---	------

٣- مجموعة تعريف f :

A	$[0,4]$	B	$[-2,2]$	C	$[-2,1]$
---	---------	---	----------	---	----------

ثانياً : f هو التابع المعرّف بالصيغة $f(x) = 2x + 1$.

٤- صورة الواحد تساوي :

A	$f(1) = 3$	B	$f(3) = 1$	C	$f(1) = 1$
---	------------	---	------------	---	------------

٥- $f(-1)$ تساوي :

A	$f(-1) = 3$	B	$f(-1) = 1$	C	$f(-1) = -1$
---	-------------	---	-------------	---	--------------

٦- الأعداد التي صورتها 5 هي :

A	3	B	9	C	2
---	---	---	---	---	---

٧- سلف العدد 7 هو :

A	3	B	9	C	15
---	---	---	---	---	----

ثالثاً : f هو التابع المعرف بالصيغة $f(x) = x^2 + 5x - 2$.

٨- $f(0)$ تساوي :

A	$f(0) = 2$	B	$f(0) = -2$	C	$f(0) = 5$
---	------------	---	-------------	---	------------

٩- أسلاف العدد -2 هو :

A	5,12	B	0,-5	C	-8,5
---	------	---	------	---	------

١٠- حلول المعادلة $f(x) = -2$ هو :

A	{5,12}	B	{-5,0}	C	{-8,5}
---	--------	---	--------	---	--------

رابعاً :

١١- f هو التابع المعرف بالصيغة $x \mapsto (x-1)(x+1)$ فإن حلول المعادلة $f(x) = 0$:

A	{0,1}	B	{-1,2}	C	{-1,1}
---	-------	---	--------	---	--------

١٢- f هو التابع المعرف بالصيغة $x \mapsto x^2 + 6$ فإن سلف العدد 2 .

A	-6	B	{-2,2}	C	لا شيء مما سبق
---	----	---	--------	---	----------------

١٣- f هو التابع المعرف بالصيغة $t \mapsto (t-1)^2$ فإن أسلاف العدد 9 .

A	-3,+3	B	-2,4	C	-1,1
---	-------	---	------	---	------

١٤- صيغة التابع الذي يقرن بكل عدد x مربع مجموع x مع العدد 5 .

A	$x \mapsto (x+5)^2$	B	$x \mapsto (5+x)^2$	C	كل ما سبق صحيح
---	---------------------	---	---------------------	---	----------------

خامساً : الجدول الآتي هو قيم تابع h يقرن برقم كل دورة قيمة مكالمات الهاتف الارضي

بالليرة السورية لاحدى المنازل .

رقم الدورة	1	2	3	4
قيمة المكالمات	5005	3720	4180	4810

والمطلوب :

١٥- صورة 4 هي :

A	5005	B	4180	C	4810
---	------	---	------	---	------

١٦- العدد الذي صورته 4180 هو :

A	4	B	3	C	1
---	---	---	---	---	---

١٧- احدى العلاقات تعرّف تابع يقرن بكل x , عدداً y .

A	$y - x = 0$	B	$(y - 2x)(y + 3x) = 0$	C	$(y + x)(y - 3x) = 0$
---	-------------	---	------------------------	---	-----------------------

سؤال : مثل التابع h السابق بيانياً .

الوحدة السادسة : الاحتمالات .

سؤال : المقصود بالتجربة العشوائية ؟

هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة .

سؤال : المقصود بالنتائج الممكنة (مجموعة الامكانيات) ؟

المقصود بها هي فضاء العينة ويرمز له بـ Ω أوميغا .

سؤال : المقصود بالحدث ؟ هو جزء من فضاء العينة .

سؤال : المقصود بالأحداث البسيطة ؟ هي الأحداث المكونة من عنصر واحد .

سؤال : المقصود بالحدث المركب ؟ هي الأحداث المكونة من أكثر من عنصر .

ملاحظات :

- ١- نرمز في قطعة النقود للكتابة بـ T والشعار بـ H .
- ٢- نرمز للأحداث بـ A, B, C, \dots .
- ٣- نرمز لاحتمال الاحداث السابقة بـ $P(A), P(B), P(C), \dots$.
- ٤- نرمز لفضاء العينة بـ Ω أوميغا .
- ٥- نرمز لعدد عناصر فضاء العينة بـ $n(\Omega)$ ، ولعدد عناصر الحدث A مثلاً بـ $n(A)$.



عند إلقاء قطعة النقود مرة واحدة .

١- سيكون فضاء العينة (مجموعة الامكانيات) .

$$\Omega = \{ H, T \}$$

(أي أنّه عند إلقاء القطعة سيظهر لدينا إما كتابة أو شعار) .

وبالتالي هي تجربة احتمالية لأنه نعلم النتائج ولا نعلم أي منها سيقع أولاً

$$n(\Omega) = 2$$

٢- الحدث :

A : حدث ظهور شعار .

$A = \{ H \}$ (لاحظوا أنّ الحدث هو جزء من فضاء العينة) .

$$n(A) = 1$$

.....
عند القاء حجر نرد متوازن مرقمة أوجهه بـ (1, 2, 3, 4, 5, 6) .

نسَمي نتيجة التجربة رقم الوجه العلوي للنرد .

٣- سيكون فضاء العينة (مجموعة الامكانيات) .

$$\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} .$$

(أي أنه عند القاء حجر النرد سيظهر لدينا الوجه العلوي أحد الارقام السابقة) .

وبالتالي هي تجربة احتمالية لأنه نعلم النتائج ولا نعلم أي منها سيقع أولاً

$$n(\Omega) = 6$$

٥- الحدث :

A : حدث ظهور الرقم 6 .

(لاحظوا أن الحدث هو جزء من فضاء العينة) . $A = \{ 6 \}$

$$n(A) = 1$$

سؤال : ماهو تعريف الاحتمال ؟

هو عبارد عن دالة يرمز لها بـ p لحدث معين A .

مثلاً $p(A)$ تُقرأ احتمال الحدث A .

الشرط : $P : P(\Omega) \rightarrow [0, 1]$

$$0 \leq p(A) \leq 1 \quad \text{أي}$$

أحداث مميزة : ١- الحدث الأكيد Ω . (يكون الاحتمال يساوي الواحد) .

٢- الحدث المستحيل \emptyset (يكون الاحتمال يساوي الصفر) .

٣- الحدث البسيط (هو الحدث وحيد العنصر) . الحدث المركب : أكثر من عنصر

ملاحظات : لايمكن أن يكون ناتج الاحتمال أكبر من الواحد او عدد سالب .

(بمعنى آخر الكسر يجب أن يكون البسط أصغر من المقام) .

تحقق من فهمك : أي من الاحتمالات صحيح $P(A) = \frac{5}{3}$, $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A) = -\frac{1}{5}$ ؟

الجواب : $1 > P(A) = \frac{5}{3}$ خاطئ ، $0 < P(A) = -\frac{1}{5}$ خاطئ ،

$0 < P(A) = \frac{1}{5}$ صحيح .

$$P(\text{الحدث}) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

قانون

- تمرين : في تجربة القاء حجر النرد مرة واحدة . (سنوضح الأحداث المميزة في هذا التمرين) .
 والمطلوب : ١- اكتب فضاء العينة ، ٢- ما احتمال الحصول على العدد 7 .
 ٣- ما احتمال الحصول على عدد أصغر من 7 . ، ٤- اكتب حدث بسيط وحدث مركب .
 ٥- ما احتمال الحصول على عدد فردي .

$$\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

الحل : ١-

٢- نفرض أن A : حدث الحصول على العدد 7 .

(لا يوجد في فضاء العينة هذا العدد) أي : $A = \emptyset$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{0}{6} = 0$$

٣- نفرض أن B : حدث الحصول على عدد أصغر من 7 .

(أي $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = \Omega$) وهو حدث أكيد لانه من المؤكد في هذه التجربة أننا سنحصل على عدد أصغر من 7

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{6} = 1$$

٤- الحدث البسيط هو حدث وحيد العنصر $E = \{ 2 \}$ أو أي عنصر من

عناصر فضاء العينة ، أما الحدث المركب مثلاً ظهور عدد فردي $D = \{ 1, 3, 5 \}$.

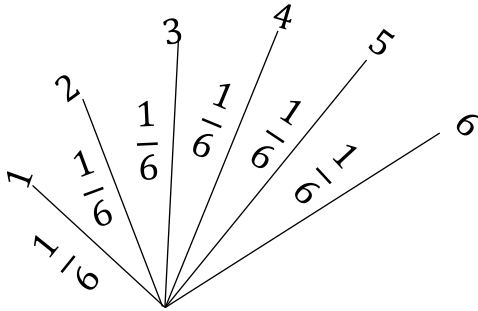
٥- نفرض أن C : حدث الحصول على عدد فردي

$$C = \{ 1, 3, 5 \}$$

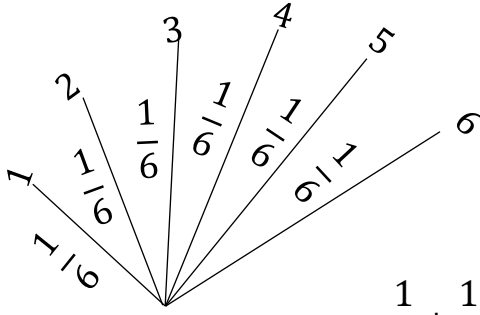
$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

او هناك طريقة ثانية عن طريق شجرة الامكانات . (وذلك بجمع الاحتمالات المطلوبة) .

بعد الفرض



$$P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



ملاحظة هامة : مجموع الاحتمالات البسيطة يساوي الواحد .

نلاحظ في شجرة الامكانات السابقة اثناء القاء حجر النرد

لو جمعنا الاحتمالات السابقة كلها لكان الناتج يساوي الواحد

وهذا ما يؤكد صحة الحل .

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

وكذلك بالنسبة لقطعة النقود وهكذا.....

الأحداث المتنافية : هما حدثان يستحيل وقوعهما معاً أي يجب أن لا يكون بينهما عنصر مشترك

أي نقول عن A, B أنهما متنافيان إذا كان $A \cap B = \emptyset$.

مثال : في تجربة رمي حجر نرد .

لدينا : A : حدث ظهور عدد زوجي ، B : ظهور عدد أكبر من 3 .

C : حدث ظهور أصغر أو يساوي 2 .

والمطلوب : ١- هل A, B متنافيان ولماذا ؟

٢- هل C, B متنافيان ولماذا ؟

الحل : (نلاحظ أن الفرضيات جاهزة يعني لا نفرض من جديد) .

نكتب فضاء العينة $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

١- $A = \{ 2, 4, 6 \}$.

$B = \{ 4, 5, 6 \}$

نلاحظ أن الشرط غير محقق لأنه $A \cap B = \{ 4, 6 \}$

٢- $B = \{ 4, 5, 6 \}$ و $C = \{ 1, 2 \}$

نلاحظ أن الشرط غير محقق لأنه $C \cap B = \emptyset$

وبالتالي C, B متنافيان

الحدثان المتعاكسان (المتتامان أو المتضادان) .

أي نقول عن A, B أنهما متنافيان إذا تحقق الشرطين معاً .

$$A \cap B = \emptyset \quad , \quad A \cup B = \Omega \quad -2$$

(أي لا يوجد عنصر مشترك بين الحدثين ، ولكن لو وضعنا عناصر الحدثين في مجموعة واحدة لكانت العناصر كلها هي نفسها عناصر فضاء العينة) .

ملاحظة :

مجموع الحدثين المتعاكسين يساوي 1 أي اننا نستفيد من ذلك في حساب أحدهما اذا علم الآخر
مثال : في تجربة رمي حجر نرد .

لدينا : A : حدث ظهور عدد زوجي ، B : ظهور عدد فردي .

C : حدث ظهور أصغر أو يساوي 2 .

والمطلوب : ١- هل A, B متعاكسين ولماذا ؟

٢- هل C, B متعاكسين ولماذا ؟

الحل : (نلاحظ أن الفرضيات جاهزة يعني لا نفرض من جديد) .

نكتب فضاء العينة $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$$A = \{ 2, 4, 6 \} \quad -1$$

$$B = \{ 1, 3, 5 \}$$

$A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = \Omega$ نلاحظ الشرطين محققين فهما متعاكسين .

$$C = \{ 1, 2 \} \quad \text{و} \quad B = \{ 1, 3, 5 \} \quad -2$$

$$C \cap B = \{ 1 \}$$

نلاحظ أن الشرط غير محقق

وبالتالي C, B غير متعاكسين .

.....

مسألة : في تجربة رمي حجر نرد .

لدينا A : حدث ظهور عدد أصغر أو يساوي 2 ، B : ظهور عدد أكبر تماماً من 4 .

١- هل A, B متنافيين ولماذا ؟

٢- احسب احتمال A ثم احسب احتمال B ؟

٣- احسب الحدث E ظهور عدد n يحقق $n \leq 2$ أو $n > 4$ ؟

الحل : نكتب فضاء العينة $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$$A = \{1, 2\} , B = \{5, 6\}$$

الحدثان A, B متنافيان لأن وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر. أي $A \cap B = \emptyset$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} , P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad -٢$$

٣- حساب احتمال الحدث E .

طريقة ١ : (نلاحظ أن الحدث E هو عبارة عن الحدثين A, B معاً) .

$$P(E) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

طريقة ٢ : $E = \{1, 2, 5, 6\}$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

طريقة ٣ : عن طريق شجرة الامكانات اذا كانت موجودة (أو تستطيع ترسمها وتجمع احتمالات الأعداد) .

مسألة : في تجربة رمي حجر نرد .

لدينا I : حدث ظهور عدد فردي ، J : ظهور عدد زوجي .

١- هل I, J متعاكسين ولماذا ؟

٢- احسب احتمال الحدث I ؟

٣- احسب احتمال الحدث J ؟

الحل : نكتب فضاء العينة الحل $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$$J = \{ 2, 4, 6 \} \quad -١$$

$$I = \{ 1, 3, 5 \}$$

$$I \cap J = \emptyset , \quad I \cup J = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = \Omega$$

الشرطين محققين ومنه I, J متعاكسين .

$$P(I) = \frac{n(I)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad -٢$$

٣- حساب احتمال الحدث J .

طريقة ١ : بما أن الحدثين I, J متعاكسين ومنه فإن $P(I) + P(J) = 1$

$$P(J) = 1 - P(I) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{أي}$$

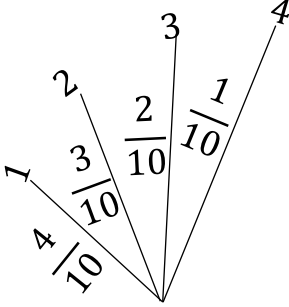
طريقة ٢ : $P(J) = \frac{n(J)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ، أو عن طريق شجرة الامكانات .

مسألة :

يحتوي كيس كرات متماثلة ، رقت بالأرقام 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1 نسحب عشوائياً كرة ونقرأ رقمها .

- ١- ارسم شجرة الامكانات و زود فروعها باحتمالات النتائج .
- ٢- احسب احتمال الحدث A : « سحب كرة رقمها على الأقل 2 » .

الحل : بالنسبة للرسم هنا ننتبه لأنرسم كل عدد سهم لوحده إنما نضع الارقام مرة واحدة ونضع عند كل سهم احتمال سحبه .



٢- حساب احتمال الحدث A .

توضيح (كلمة على الأقل تعني أنها تقبل الزيادة يعني عند قولنا واحدة على الأقل معناها واحدة موجودة حتماً وتقبل الزيادة حد العدد او المطلوب عندنا) .

هنا قولنا سحب كرة رقمها على الأقل 2 أي العدد 2 موجود حتماً وتقبل الزيادة أي حتى العدد 3, 4 . لأنه الأعداد الموجودة عندنا أكبرها العدد 4 .

طريقة ١ : نكتب فضاء العينة . $\Omega = \{4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1\}$ ومنه $n(\Omega) = 10$

الحدث A : « سحب كرة رقمها على الأقل 2 » . $A = \{4, 3, 3, 2, 2, 2\}$ ومنه $n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

طريقة ٢ : عن طريق جمع احتمال الارقام $\{4, 3, 2\}$ من شجرة الامكانات .

$$P(A) = P(2) + P(3) + P(4) = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0.5$$

تجارب عشوائية مركبة :

سؤال : ماذا يعني تجارب مركبة ؟

مثلاً أن يكون هناك أكثر سحب من صندوق وسحب من كيس . أو يتم القاء قطعة نقود أو يتم القاء قطعة نقود وتدوير دولاب وهكذا أو ممكن أن يكون هناك سحب مرتين أو أكثر أو ممكن القاء قطعة نقود او حجر نرد أكثر من مرة

سؤال : -ماذا نسمي كل حدثين متتالين ؟ وكيف يتم حساب كل حدث في نهاية المسار ؟ .

نسمي كل حدثين متتالين مسار ، ويتم حساب الحدث بجداء ضرب الاحتمالات في كل مسار .

مثال : بفرض لدينا كيس فيه ثلاث كرات حمراء وكرتين خضراوين .

وعلبة تحوي أربع مكعبات زرقاء وثلاثة صفراء .

نسحب عشوائياً كرة من الكيس ونسجل لونها ، ثم نسحب عشوائياً كرة من الصندوق ونسجل لونه .

والمطلوب : ١- ارسم شجرة الامكانات ورمز نتائج التجربة .

٢-حمل فروع الشجرة احتمال كل نتيجة .

الحل ١- نفرض أن A : حدث الحصول على كرة حمراء . فيكون $P(A) = \frac{3}{5}$

B : حدث الحصول على كرة خضراء فيكون $P(B) = \frac{2}{5}$

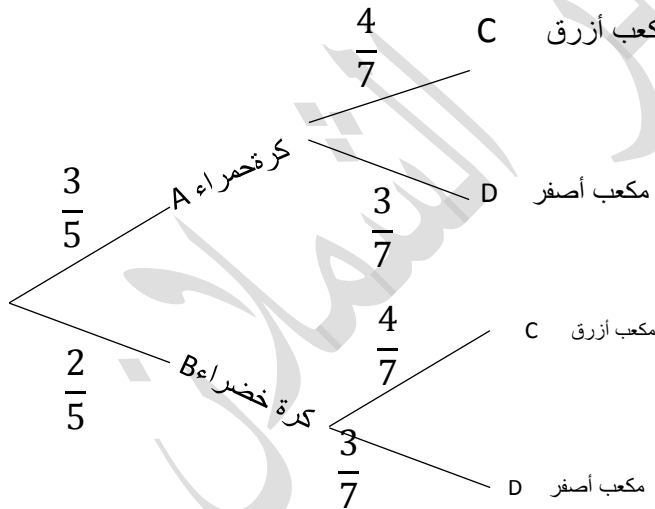
C : حدث الحصول على مكعب أزرق فيكون $P(C) = \frac{4}{7}$

D : حدث الحصول على مكعب أصفر فيكون $P(D) = \frac{3}{7}$

فتكون المسارات التي عندنا هي : كرة حمراء ومكعب أزرق أي (A, C) .

أو كرة حمراء ومكعب أصفر (A, D) . أو كرة خضراء ومكعب أزرق أي (B, C) .

أو كرة خضراء ومكعب أصفر أي (B, D) .



٣- احسب احتمال الحدث D سحب كرة خضراء ومكعب أصفر .

من أجل حسابه نوجد جداء المسارات المتتالية الدالة عليه .

أي (سحب كرة خضراء ومكعب أصفر) بالرموز هو $D = \{B, D\}$.

$$P(D) = P(B) \times P(D) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

لا ننسى في التجارب المركبة (الفاصلة وحرف الواو) كلاهما يدل على الضرب .

وحرف العطف (أو) يدل على الجمع .

سؤال : لو ذكر لك احسب احتمال الحدث F سحب كرة من الكيس ومكعب من الصندوق .

هنا نحسب احتمال الحدث في نهاية كل مسار لوحده ثم نجمع الاحتمالات الناتجة .

ملاحظات :

عندما يذكر لك رمي قطعة نقود مرتين ، أو قطعتين مرة واحدة كلاهما نفس المعنى .

عندما يذكر لك رمي حجر نرد مرتين ، أو حجري نرد مرة واحدة كلاهما نفس المعنى .

ملاحظة (في صندوق ثلاث كرات حمراء وكرتين زرقاء) .

في الحالة ١- تم سحب كرة زرقاء واعدتها ثم سحب كرة حمراء .

هنا يكون احتمال سحب الزرقاء $\frac{2}{5}$ و احتمال سحب الحمراء $\frac{3}{5}$.

في الحالة ٢- احتمال سحب كرة زرقاء ولا نعيدها ثم سحب كرة حمراء .

هنا يكون احتمال سحب الزرقاء $\frac{2}{5}$ و احتمال سحب الحمراء $\frac{3}{4}$.

لاحظ مقام السحب الثاني نقص وذلك لأننا لم نعد الكرة إلى الصندوق وسينقص في كل مرة إذا لم نعيد الكرة .

الربيعات :

الوسيط : رمز M .

لايجاده نتبع الخطوات التالية :

١- نرتب المفردات تصاعدياً أو تنازلياً (من اليسار إلى اليمين) .

٢- نعدّ المفردات .

أ- إذا كان عددها فردي يكون الوسيط هو المفردة التي في المنتصف

ويتم معرفة رتبة الوسيط بـ $\frac{n+1}{2}$ (رتبة وليس قيمة الوسيط ننتبه) .

ب- إذا كان عددها زوجي يكون الوسيط هو منتصف المفردتين الوسطيتين .

ويتم معرفة رتبتي المفردتين بـ $\frac{n}{2}$, $1 + \frac{n}{2}$ (حيث نحدد المفردتين ثم نجمعهما

ونقسمها على اثنين وينتج الوسيط)

ملاحظة n هي عدد مفردات العينة

مثال ١ : ليكن لدينا العينة التالية : 4, 5, 12, 13, 16, 17, 59
أوجد الوسيط .

الحل : نرتب المفردات تصاعدياً 4, 5, 5, 7, 12, 13, 16, 17, 59
عدد المفردات 9 فردي

نوجد رتبة الوسيط $5 = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2}$ أي الوسيط هو المفردة الخامسة .

$$M = 12$$

مثال : ليكن لدينا العينة التالية : 7, 13, 16, 24 أوجد الوسيط .
الحل : نلاحظ أن المفردات مرتبة . عددها 4 زوجي .

نوجد رتبتي الوسيط $3 = 2 + 1 = \frac{n}{2} + 1 = 2 + 1 = 3$, $\frac{n}{2} = \frac{4}{2} = 2$
الوسيط هو متوسط المفردتين الثانية والثالثة .

$$M = \frac{13 + 16}{2} = 14.5$$

ملاحظة : في حالة عدد المفردات فردي يكون الوسيط مفردة من مفردات العينة .
في حال عدد المفردات زوجي يكون الوسيط مفردة جديدة

.....

الوسيط له اسم ثاني (الربيع الثاني) رمزه Q_2

الآن بعد ايجاد الوسيط Q_2 سيتم انقسام المفردات إلى قسمين

مفردات أصغر من الوسيط Q_2 ويتم منها حساب الربيع الاول رمزه Q_1

مفردات أكبر من الوسيط Q_2 ويتم منها حساب الربيع الثالث رمزه Q_3

ملاحظة : عند ايجاد أي ربيع نتبع خطوات ايجاد الوسيط M نفسها .

بالعودة إلى المثال ١ السابق .

59, 17, 16, 13, 12, 7, 5, 5, 4 اوجد Q_1, Q_3 .

وجدنا ان

$$M = Q_2 = 12$$

لحساب Q_1 من المفردات التي أصغر من Q_2 وهي 4, 5, 5, 7 نلاحظ أن عددها زوجي

نوجد رتبتي الوسيط فنجد أنهما المفردة الثانية والثالثة فيكون $5 = \frac{5+5}{2}$

لحساب Q_3 من المفردات التي أكبر من Q_2 وهي 13, 16, 17, 59 نلاحظ أن عددها زوجي

نوجد رتبتي الوسيط فنجد أنهما المفردة الثانية والثالثة فيكون $16.5 = \frac{16+17}{2}$

المتوسط الحسابي رمزه \bar{x} ، قانونه : $\bar{x} = \frac{\text{مجموع الفردات}}{\text{عددها}}$.

المدى رمزه E ، قانونه : الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة .

مثال : ليكن لدينا العينة التالية : 7 , 13 , 16 , 24 أوجد المتوسط والمدى

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع الفردات}}{\text{عددها}} = \frac{7+13+16+24}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

$$E = 24 - 7 = 17$$

.....

حساب وسيط عينة مفرداتها مكررة .

مثال : الجدول الآتي يمثل درجات 26 طالب في مادة الرياضيات وكانت درجة المادة من 50

الدرجة	49	48	46	43	42	41	40	39	37
عدد الطلاب	1	1	3	5	2	3	4	3	4

لايجاد الوسيط :

ننظم الجدول التراكمي الصاعد :

وذلك نضع الدرجات نفسها

وتحت كل درجة نكتب عدد الطلاب الذين حصلوا عليها وعلى الدرجات التي أصغر منها

أي مثلا الدرجة 37 عدد الطلاب الذين حصلوا عليها 4 والذين حصلوا على أقل منها 0

فيكون عدد الطلاب $4 + 0 = 4$.

ثم الدرجة 39 عدد الطلاب الذين حصلوا عليها 3 والذين حصلوا على أقل منها 4

فيكون عدد الطلاب $3 + 4 = 7$ وهكذا

الدرجة	49	48	46	43	42	41	40	39	37
عدد الطلاب	26	25	24	21	16	14	11	7	4

معنى الجدول أول أربع طلاب حصلوا على الدرجة 37 .

والطالب الخامس والسادس والسابع حصلوا على 39 ،

والطالب الثامن والتاسع والعاشر والحادي عشر حصلوا على 40 ، وهكذا

الآن عدد الطلاب هو 26 عدد زوجي نوجد رتبتَي الوسيط ستكون هي 13 , 14

أي الطالب الثالث عشر والرابع عشر .

وكلاهما حصل على الدرجة 41 فيكون الوسيط هو

$$M = \frac{41 + 41}{2} = 41$$

تمارين متنوعة :

$$A = 9x^2 - (x - 3)^2 \quad (1) \text{ لتكن لدينا العبارة}$$

١- انشر وبسط العبارة A .

٢- حلل العبارة A .

حل التمارين الأربع الآتية :

١- انشر وبسط .

$$A = (3x - 9)(7x + 2) + (9x + 25)^2 + (6x - 3)^2$$

الحل :

٢- حلل العبارتين الآتيتين .

$$A = (36x^2 + 36x + 9) + (6x + 3)(7x + 2)$$

$$B = 16 - (7x + 1)^2$$

٣- حل المتراجحة ومثل مجموعة الحلول بيانياً .

$$8x^2 + 6x - 9 \leq 8x^2 + 9$$

٤- في كل علاقة مما يأتي، حدّد ما إذا كانت y تمثّل تابع في x أم لا مع التعليل .

(a) تمثّل قيم x رقم طالب بينما y تمثّل درجته في مادة الرياضيات

$$y^2 - 2x = 5 \quad (b)$$

٥- لتكن لدينا العبارة $B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$ والمطلوب :

(a) انشر ثم بسط العبارة B .

(b) استنتج أنّ : $B = 6x(3x - 5)$.

(c) حل المعادلة $B = 0$.

٦- في إحدى الحفلات تم شراء

20 علبة من عصير البرتقال و 30 علبة من عصير التفاح بثمن 1400 ل.س.

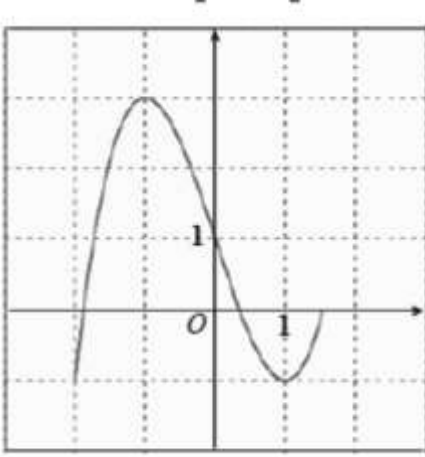
بعد نهاية الحفل

بقيت 7 علب من عصير البرتقال وعلبة واحدة من عصير التفاح بثمن 205 ل.س

والمطلوب :

١- ماهو ثمن علبة عصير البرتقال و ثمن علبة عصير التفاح ؟.

٢- ماهو ثمن 6 علب من عصير البرتقال ؟



٧- التابع g هو التابع الممثل بالخط البياني :

- (١) مامجموعة تعريف g .
- (٢) انسخ واكمل :
- أسلاف العدد -1 هي
- سلف العدد هو -1 .
- صورة العدد 1 هي
- صورة العدد هي -1 .
- (٣) العدد الذي صورته أكبر مايمكن هو
- وصورته هي
- (٤) الأعداد التي صورتها أصغر مايمكن هو وصورتها هي

سؤال : عبّر عن $g(1) = 4$

بجملتين الاولى تتصدرها كلمة صورة والثانية تتصدرها كلمة سلف ؟

سؤال :

إذا كان لدينا العبارة $A = 3x^2 - 7x - 4$, من أجل $x = 2$ قام مجد بحساب قيمة العبارة على النحو التالي :

$$A = 3(2)^2 - 7(2) - 4$$

$$A = 6^2 - 14 - 4$$

$$A = 36 - 18 = 18$$

حدد الخطأ الذي وقع فيه مجد وصحّحه

سؤال : اختر الاجابة الصحيحة :

(١) في البيان الإحصائي 1, 3, 7, 9, 15, 26, 30 الوسيط هو:

A	9	B	7	C	8
---	---	---	---	---	---

(٢) في البيان الإحصائي 4, 5, 5, 5, 7, 9, 10, 12 الوسيط هو:

A	6	B	8	C	12
---	---	---	---	---	----

(٣) إذا كان عدد المفردات n وكان n فردياً فإن رتبة الوسيط:

A	$\frac{n}{2}$	B	$\frac{n+1}{2}$	C	$\frac{n}{2} + 1$
---	---------------	---	-----------------	---	-------------------

(٤) إذا كان عدد المفردات في بيان إحصائي هو ١١ فإن رتبة الوسيط:

A	6.7	B	$\frac{12+1}{2}$	C	6
---	-----	---	------------------	---	---

(٥) إذا كان عدد المفردات n وكان زوجي فإن رتبتين المفردتين الوسطيتين:

A	$(\frac{n-1}{2}, \frac{n}{2})$	B	$(\frac{n+1}{2}, \frac{n}{2})$	C	$(\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1)$
---	--------------------------------	---	--------------------------------	---	----------------------------------

(٦) في بيان إحصائي (20, 17, 18, 15, 13, 12) تكون رتبتين المفردتين الوسطيتين:

A	(4, 3)	B	(17, 15)	C	(13, 15)
---	--------	---	----------	---	----------

(٧) لتكن الأعداد $2, x, y$ المرتبة تصاعدياً وسيطها (4) والمتوسط الحسابي لها (4) فإن x تساوي:

A	2	B	6	C	4
---	---	---	---	---	---

من أسئلة الدورات بعد تعديلها :

١- في العينة الآتية :

4 , 14 , 6 , 6 , 6 , 8 , 12 , 9 , 7

أوجد الوسيط ، المدى ، المتوسط الحسابي

٢- في العينة الآتية :

18, 22, 25, 33, 36, 38, 41, 42, 47, 48, 49, 55, 55, 57, 60

أوجد المدى ، الربع الأول ، الربع الثالث

٣- أوجد ناتج مايلي :

$$A = \frac{4 - \frac{1}{2}}{8 + \frac{1}{2}} \div \frac{3 - \frac{3}{5}}{-4 + \frac{5}{2}}$$

٤- إذا كان $a = 2b$ وكان $\frac{2b}{b+1} = \frac{2}{3}$ احسب $a = b$.

٥- اكتب مايتي على شكل قوة أساسها عدد عادي $(\sqrt{\frac{2}{7}})^3)^{-4}$.

٦- $a = \sqrt{3} + \sqrt{7}$, $b = -\sqrt{3} + \sqrt{7}$.

أوجد $a - b - \sqrt{3}$, $b - a + \sqrt{3}$

٧- حل في R المعادلة الآتية :

$$\sqrt{6}x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

٨- اكتب مايتي بأبسط صورة

$$A = 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28} + \sqrt{112}$$

٩- اكتب مايتي بأبسط صورة

$$A = \frac{24 a^8 x^{15}}{6 a^7 x^7}$$

١٠- اكتب العبارة $(c^7 \times b^4 \times a)^3 \times (c^3 \times b^{12} \times a^3)$ بالشكل

$$c^n \times b^m \times a^g$$

١١- حل كل من العبارات التالية :

$$x^3 - x^2 + 1 - x, \quad 4x^2 - 25$$

$$cx + ax - cy - ay$$

$$x^3 - 49x, \quad x(x - 1) - x + 1$$

١٢- انشر ثم اكتب بأبسط صورة .

$$4(x - 3)^2 - 2(2x + 1)(x + 5), \quad 3(x - 2)^2 + (x + 1)(x - 2)$$

١٣- أوجد ناتج مايلي بأبسط صورة .

$$(\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2$$

١٤- حل في R المعادلتين الآتيتين :

$$(3x - 1)(x + 5) = 14x + 22, \quad (4x - 1)(x + 3) = 11x + 13$$

١٥- حل المتراجحة الآتية :

$$3x + 1 > x + 5$$

ثم مثل مجموعة الحلول على خط الأعداد .

===== انتهى قسم الجبر =====

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح