



التمرين الأول : (2,5 ن)

1 ☐ أ حل في \mathbb{R} المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$. 0,50 ن

1 ☐ ب حل في \mathbb{R} المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$ 1,00 ن

2 ☐ حل في \mathbb{R} المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$. 1,00 ن

التمرين الثاني : (4 ن)

1 ☐ حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 18 = 0$. 1,00 ن

2 ☐ نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v})

النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 3 + 3i$ و $b = 3 - 3i$.

أ 2 ☐ أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b . 0,50 ن

ب 2 ☐ بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة t التي متجهتها \vec{OA} هو 6 . 0,75 ن

ج 2 ☐ بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث ABB' متساوي الساقين و قائم الزاوية في B' . 1,00 ن

د 2 ☐ استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع . 0,75 ن

التمرين الثالث : (3,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{6u_n}{1 + 15u_n} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

أ 1 ☐ تحقق من أن : $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ 0,50 ن

ب 1 ☐ بين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ 0,50 ن

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ ثم أكتب v_n بدلالة n . 1,50 ن

بين أن : $u_n = \frac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ ثم استنتج النهاية التالية : $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ 1,00 ن



نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$ ☐ ☐ I

بين أن : $g'(x) = \frac{x+1}{x}$; $(\forall x \in I)$ ☐ 1 I 0,50 ن

بين أن الدالة g تزايدية على I . ☐ 1 I 0,50 ن

استنتج أن : $g(x) \geq 0$ على $[1; +\infty[$ و أن : $g(x) \leq 0$ على $]0; 1]$ (لاحظ : $g(1) = 0$) ☐ 2 I 1,00 ن

لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$ ☐ ☐ II

و ليكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)
بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول النتيجة هندسيا . ☐ 1 II 0,75 ن

بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ☐ 1 II 1,00 ن

(لاحظ أن : $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$; $(\forall x \in I)$)

استنتج أن المنحنى (\mathcal{C}) يقبل فرعاً شلجيمياً بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه. ☐ 1 II 0,50 ن

بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$; $(\forall x \in I)$ ☐ 2 II 1,00 ن

استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[1; +\infty[$ و تناقصية على المجال $]0; 1]$. ☐ 2 II 0,50 ن

إعط جدول تغيرات الدالة f على I . ☐ 2 II 0,25 ن

أنشئ (\mathcal{C}) (نقبل أن للمنحنى (\mathcal{C}) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2) ☐ 3 II 1,00 ن

بين أن : $H : x \rightarrow \frac{(\ln x)^2}{2}$ دالة أصلية للدالة $h : x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$ على I . ☐ 4 II 0,50 ن

تحقق من أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$ ☐ 4 II 0,75 ن

باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e \ln x dx = 1$ ☐ 4 II 1,00 ن

بين أن : $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$; $(\forall x \in I)$ ☐ 5 II 0,25 ن

بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (\mathcal{C}) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$ هي $0,5 \text{ cm}^2$. ☐ 5 II 0,50 ن